DIAMO I NUMERI IN VACANZA

ESERCIZI DI PREPARAZIONE E CONSOLIDAMENTO
PER I FUTURI STUDENTI DEL "PRIMO LEVI"

...si campa anche senza sapere che cos'è un'equazione, senza sapere suonare uno strumento musicale, senza conoscere il nome del vento che ti soffia in faccia o del fiore che regali a qualcuno.
Ma di sicuro ci si perde qualcosa.

Robert Ghattas

Ai nuovi iscritti forniamo un piccolo "fascicolo" online di esercizi che servano come forma di autovalutazione e consolidamento delle conoscenze relative al calcolo numerico, in previsione dell'anno che vi attende.

E' uno strumento di ripasso di operazioni e proprietà che avete già visto nei tre anni di scuola media e che costituiscono la base del percorso matematico che inizierete nel nostro istituto. I vostri nuovi insegnanti, dalle indicazioni che fornirete attraverso la risoluzione degli esercizi proposti, svolgeranno un lavoro iniziale di sistemazione delle vostre conoscenze che vi permetta di iniziare con serenità l'anno scolastico.

Potete stamparlo tutto oppure stampare solamente le tabelle e risolvere gli esercizi proposti su un quaderno.

ATTENZIONE!!!

Il lavoro svolto dovrà essere consegnato al vostro docente di matematica che provvederà a controllarlo e successivamente vi somministrerà un test d'ingresso.

SVOLGI GLI ESERCIZI PROPOSTI SENZA L'UTILIZZO DELLA CALCOLATRICE

Buone vacanze a tutti voi e arrivederci al primo giorno di scuola.

I docenti di matematica

INDICE

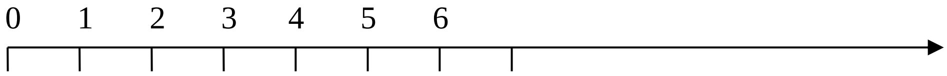
TEORIA

ESERCIZI

NUMERI NATURALI N

NUMERI PER CONTARE E ORDINARE: I NUMERI NATURALI[1] (N)

I numeri naturali costituiscono il primo "ambiente matematico" studiato nella nostra vita e anche il primo ambiente matematico costruito e utilizzato dall'umanità.
Ogni popolazione ha elaborato un proprio sistema di numerazione costituito da parole, simboli e regole per leggere e scrivere numeri. Il sistema di numerazione che utilizziamo oggi fu diffuso in Europa dagli Arabi, che lo acquisirono dagli Indiani, alla fine dell'ottavo secolo.
I numeri naturali, conosciuti come "i numeri per contare", sono $N = \{0,1,2,3,4,5,...\}$. (N_0 indica l'insieme di tutti i numeri naturali escluso lo 0).
I numeri naturali sono *infiniti* e si possono rappresentare disponendoli a intervalli uguali lungo una semiretta su cui è stabilito un verso di percorrenza a partire dall'origine fatta coincidere con lo 0.



OSSERVAZIONI IMPORTANTI

- Esiste il *successivo* di ogni numero naturale (quello che lo segue immediatamente nel verso della retta).
- Ogni numero naturale, tranne lo zero, è maggiore di tutti i numeri che lo precedono e minore di tutti quelli che lo seguono.
- Si dice che a è maggiore di b (e si scrive $a > b$) se a viene dopo b sulla semiretta orientata; che a è minore di b (e si scrive $a < b$) sa a viene prima di b sulla stessa semiretta; che a e b sono uguali (e si scrive $a = b$) se occupano la stessa posizione su di essa.
- Nell'insieme dei numeri naturali valgono le seguenti proprietà dell'uguaglianza:
  a) Proprietà riflessiva: ogni numero è uguale a se stesso $a = a$
  b) Proprietà simmetrica: se $a = b$ allora $b = a$
  c) Proprietà transitiva: se $a = b$ e $b = c$ allora $a = c$
- Dalla rappresentazione dei numeri naturali sulla semiretta orientata deriva che è sempre possibile confrontarli; infatti, dati due qualunque numeri naturali, sussiste tra loro una ed una sola delle seguenti relazioni:
  a) I due numeri sono uguali
  b) Il primo numero è maggiore del secondo
  c) Il secondo numero è maggiore del primo

---

[1] Non confondere le due parole *numeri naturali* e *cifre*:
- ⇨ I *numeri naturali* sono infiniti e nel sistema decimale si scrivono con dieci cifre
- ⇨ Le *cifre* sono soltanto dieci, sono l'alfabeto dei numeri

ESERCITATI CON I NUMERI NATURALI

- DISPONI SU UNA SEMIRETTA ORIENTATA IL SEGUENTE GRUPPO DI NUMERI NATURALI.

  1) 12,3,10,0,11,6,21,9,5

- COMPLETA LE TABELLE

a	Successivo di a	Precedente di a
2	3	1
7		
	5	
		13
	10	
		100
		0
0		

problema	risposta
Trova il precedente del precedente del precedente di 11	
Trova il successivo del successivo di 0	
Trova il precedente del successivo del precedente si 1	
Trova il successivo del successivo del precedente di 5	
Trova il successivo del precedente di 12	

- COMPLETA LA TABELLA

a	b	$>$	$\geq$	$<$	$\leq$
4	32	no	no	si	si
5	5				
3	0				
0	1				

- COMPLETA LA TABELLA

a	b	a è multiplo di b	b è multiplo di a
4	32		
35	7		
1	6		
10	1		
13	13		

Operazioni possibili in N

Nell’insieme dei numeri naturali è sempre possibile[2] effettuare l’addizione e la moltiplicazione; la sottrazione, invece, è possibile soltanto se si sottrae un numero da uno più grande. Non ha significato, infatti, calcolare, per esempio, quante penne mi rimangono se ne sottraggo 7 alle quattro in mio possesso.

Anche la divisione non è sempre possibile nell’insieme dei numeri naturali. Può darsi, infatti, che dividendo due numeri naturali si ottenga un resto diverso da zero; in tali casi, per ottenere una divisione “esatta” occorre considerare numeri “con la virgola”, che non sono numeri naturali.

ADDIZIONE: $a+b=c$ a e b sono detti addendi e c somma

MOLTIPLICAZIONE: $a \cdot b=c$ a e b sono detti fattori e c prodotto

[2] Quando side che un’operazione è sempre possibile in **N** si intende dire che il risultato è sempre un numero naturale

PROPRIETA' DELL'ADDIZIONE E DELLA MOLTIPLICAZIONE

1. **Commutativa**: cambiando l'ordine degli addendi (fattori), la somma (prodotto) non cambia.
   $a+b=b+a;$ $\quad a\cdot b=b\cdot a \quad a,b\in \mathrm{N}$
2. **Associativa**: il risultato di un'addizione (moltiplicazione) non cambia, se a due o più addendi (fattori) si sostituisce la loro somma (prodotto).
   $a+(b+c)=(a+b)+c$ **;** $\quad a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c \quad a,b,c\in \mathrm{N}$
3. **Distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione**: il prodotto di un numero naturale per la somma indicata di due o più numeri naturali è uguale alla somma dei prodotti del numero dato per ciascuno degli addendi.
   $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ **oppure** $(b+c)\cdot a=a\cdot b+a\cdot c$
4. **Esistenza dell'elemento neutro dell'addizione**: la somma di un qualunque numero naturale con il numero **0** è uguale al numero stesso.
5. **Esistenza dell'elemento neutro della moltiplicazione**: il prodotto di un qualunque numero naturale per il numero **1** è uguale al numero stesso.
6. **Legge di annullamento del prodotto**: se in un prodotto uno dei fattori è 0, il prodotto è uguale a 0; viceversa, se un prodotto è uguale a 0, allora almeno uno dei fattori è 0.

LA SOTTRAZIONE E LA DIVISIONE TRA NUMERI NATURALI

SOTTRAZIONE : $a-b=c$ con $a\geq b$ a minuendo, b sottraendo , c differenza
La differenza di due numeri naturali è quel numero naturale che, se esiste, addizionato al sottraendo dà come somma il minuendo. $b+c=a$

DIVISIONE: $a:b=c$ con $a=n\cdot b$ a dividendo, b divisore, c quoto o quoziente
Il quoziente tra due numeri naturali è quel numero naturale che, se esiste, moltiplicato per il divisore, dà come prodotto il dividendo.

RICORDA: se la divisione tra a e b ha resto uguale a 0, si dice che **a** è un **multiplo** di **b**, oppure che **a** è **divisibile** per **b.**
Si dice anche che b è un **divisore** di , oppure che b **divide** a o ancora che b è un **sottomultiplo** di a.

Numero primo: un numero si dice primo se è divisibile solo per se stesso e per l'unità

Numeri primi fra loro: se ammettono come unico fattore comune il numero 1

PROPRIETA' DELLA SOTTRAZIONE E DELLA MOLTIPLICAZIONE

1. **Proprietà invariantiva:** la differenza (il quoziente) tra due numeri naturali non cambia, se si addiziona (moltiplica) o si sottrae (divide) per uno stesso numero sia il minuendo (dividendo) che il sottraendo (divisore).
2. **Proprietà distributiva della divisione rispetto all'addizione (o alla sottrazione):**

$$(a\pm b):c=a:c\pm b:c$$

ESERCITATI CON I NUMERI NATURALI

COMPLETA LA TABELLA

a	b	a – b	b – a	a : b	b : a
12	4	12-4=8	4 – 12 impossibile in N	12:4=3	4 : 12 impossibile in N
7	28				
5	3				
13	13				
0	5				
0	0				

COMPLETA LA TABELLA

Uguaglianza	Proprietà applicata		Uguaglianza	Proprietà applicata
$20+56+34=20+90$	Associativa		$321+74=........$	Commutativa
$13+17=17+13$			$(11+5)+4=11+(5+4)$	
$795+0=..........$	Elemento neutro 0		$0+55=55$	
$(67+10)+53=..........$	Associativa		$34+(26+37)=$	
$87+53+25=140+25$			$................=539$	Elemento neutro 0
$15\cdot(2+6)=30+90$			$35\cdot.........\cdot(7+5)=0$	Annullamento del prodotto
$59\cdot 23=23\cdot 59$			$(547\cdot 5)\cdot 2=............$	Associativa
$321\cdot 74=.........$	Commutativa		$1\cdot 97=97$	
$(4\cdot 8)\cdot 7=4\cdot(8\cdot 7)$			$64\cdot 59\cdot 0\cdot 91=0$	
$35\cdot(2+4)=...........$	Distributiva		$(5+9)\cdot 6=30+54$	
$55\cdot 1=..........$	Elemento neutro 1		$96\cdot 32+96\cdot 68=......$	Distributiva

POTENZA: si chiama potenza il prodotto di più fattori uguali tra loro:

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a........\cdot a}_{n...volte}=a^n$$ a base, n esponete

***<u>PROPRIETA' delle POTENZE</u>*:**

1. Il **prodotto di potenze** di ugual base è una potenza che ha come base la stessa base e come esponete la somma degli esponenti
   $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$
2. Il **quoziente di potenze** di ugual base è una potenza che ha come base la stessa base e come esponente la differenza degli esponenti
   $a^n:a^m=a^{n-m}$ con $n\geq m$
3. La **potenza di una potenza** è una potenza che ha come base la stessa base e come esponente il prodotto degli esponenti
   $(a^n)^m=a^{n\cdot m}$
4. Il **prodotto di potenze con uguale esponente** è una potenza che ha come base il prodotto delle basi e come esponente lo stesso esponente
   $a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$
5. Il **quoziente di potenze con uguale esponente** è una potenza che ha come base il quoziente delle basi e come esponente lo stesso esponente
   $a^n:b^n=(a:b)^n$

<u>RICORDA</u>: $a^0=1$ $\quad a^1=a$ $\quad (a+b)^n\neq a^n+b^n$

ESERCITATI CON I NUMERI NATURALI

CALCOLA LE POTENZE

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$	$7^1 =$	$0^1 =$	$5^2 =$
$10^0 =$	$4^3 =$	$10^3 =$	$1^7 =$
$2^5 =$	$0^0 =$	$5^3 =$	$1^1 =$

CALCOLA LE SEGUENTI POTENZE DI POTENZE

$(2^2)^2 =$	$(5^2)^1 =$	$(10^5)^2 =$	$(3^2)^0 =$
$(7^6)^6 =$	$(0^3)^4 =$	$(13^7)^6 =$	$(13^6)^7 =$
$[(2^3)^2]^2 =$	$[(3^2)^1]^2 =$	$[(4^3)^0]^5 =$	$[(6^0)^7]^3 =$
$\{[(1^4)^2]^3\}^3 =$	$\{[(0^3)^2]^4\}^1 =$	$\{[(2^3)^3]^4\}^0 =$	$\{[(10^2)^3]^1\}^2 =$

CALCOLA I SEGUENTI PRODOTTI DI POTENZE DI UGUAL BASE SE POSSIBILE

$3^4 \cdot 3^7 =$	$2^3 \cdot 2^5 =$	$5^2 \cdot 5^5 =$	$7^9 \cdot 7^0 =$
$12^3 \cdot 2^4 =$	$9^2 \cdot 9^5 =$	$10^2 \cdot 10^7 \cdot 10 =$	$5^{10} \cdot 5^8 \cdot 5^3 =$
$7 \cdot (7^3 \cdot 7)^0 \cdot 7 =$	$3^2 + 3 \cdot 3^2 =$	$7^2 - 2^2 \cdot 2^3$	$(5^6)^0 + (5^3)^1 =$

CALCOLA I SEGUENTI QUOZIENTI TRA POTENZE DI UGUAL BASE SE POSSIBILE

$9^4 : 9^3 =$	$4^3 : 4 =$	$3^{10} : 3^5 =$	$2^{13} : 2^8 =$
$12^5 : 12^0 =$	$15^7 : 3^3 =$	$6^{18} : 6^9 : 6^1 =$	$11^{15} : 11^3 : 11^5 =$
$2^6 : 2^4 : 2 =$	$3^{10} : (3^8 : 3^3) =$	$5^{10} : 5^5 : 5^2 : 5 =$	$(3^8 : 3^4) : (3^3 : 3) =$
$(5^{10} : 5^5)^2 : (5^2 : 5)^6 =$	$2^7 : 2^3 + 2^2 =$	$5^{10} : (5^5 \cdot 5^2 : 5) =$	$5 \cdot 5^3 \cdot 5^4 : (5^2)^3 - 5$

CALCOLA IL PRODOTTO TRA POTENZE DI UGUAL ESPONENTE SE POSSIBILE

$3^4 \cdot 7^4 =$	$5^3 \cdot 3^3 =$	$10^2 \cdot 7^2 =$	$3^0 \cdot 8^0 =$
$13^3 \cdot 2^4 =$	$2^5 \cdot 3^5 \cdot 1^5 =$	$2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3 =$	$5^4 \cdot 2^3 \cdot 2 =$
$3^4 \cdot (5^2)^2 =$	$(2^2 \cdot 2^3)^2 \cdot (5^2)^5 =$	$2^3 + 3^3 =$	$(5^9 \cdot 2^9)^0 =$

CALCOLA I SEGUENTI QUOZIENTI TRA POTENZE DI UGUAL ESPONENTE SE POSSIBILE

$10^5 : 5^5 =$	$14^4 : 7^3 =$	$21^3 : 3^3 =$	$0^6 : 5^6 =$
$12^2 : 2 =$	$20^2 : 5^2 : 1^2 =$	$24^7 : 3^7 : 4^7 =$	$(10^2 : 5^2) : 2 =$
$(12^5 : 6^5)^2 : (14^2 : 7^2)^5 =$	$21^3 : 7^3 \cdot 5^3 =$	$(15^4 : 5^4) \cdot (4^2)^2 =$	$9^2 - 3^2 =$

🚲 SEGUI LE ISTRUZIONI PER CALCOLARE I SEGUENTI PRODOTTI O QUOZIENTI CON BASI DIVERSE, MA RIDUCIBILI A PRODOTTI O QUOZIENTI TRA POTENZE DI UGUAL BASE

Prodotto o quoziente tra due potenze	Trasforma le potenze in modo da rendere uguali le basi	Calcola il prodotto o il quoziente tra potenze di ugual base
$2^4 \cdot 4^5$	$2^4 = \left(2^2\right)^2 = 4^2$ oppure $4^5 = \left(2^2\right)^5 = 2^{10}$	$4^2 \cdot 4^5 = 4^7$ oppure $2^4 \cdot 2^{10} = 2^{14}$
$9^3 \cdot 3^2$		
$81^3 \cdot 27^5$		
$4^7 : 2^6$		
$25^6 : 5^3$		
$27^4 : 9^5$		

🚲 SEGUI LE ISTRUZIONI PER CALCOLARE I SEGUENTI PRODOTTI O QUOZIENTI CON ESPONENTI DIVERSI, MA RIDUCIBILI A PRODOTTI O QUOZIENTI TRA POTENZE DI UGUAL ESPONENTE

Prodotto o quoziente tra due potenze	Trasforma le potenze in modo da rendere uguali gli esponenti	Calcola il prodotto o il quoziente tra potenze di ugual esponente
$6^4 : 3^2$	$6^4 = \left(6^2\right)^2 = 36^2$	$36^2 : 3^2 = (36 : 3)^2 = 12^2 = 144$
$5^6 \cdot 2^{12}$		
$100^4 : 5^8$		
$2^9 \cdot 7^3$		
$7^{12} \cdot 81^3$		
$18^5 : 3^{10}$		

ESPRESSIONI ARITMETICHE

Si chiama espressione aritmetica una sequenza di numeri naturali (interi, razionali) legati tra loro da operazioni di somma, sottrazione, moltiplicazione,divisione e potenza.

PRIORITA’ DELLE OPERAZIONI (per calcolare il valore di un’espressione)

In un’espressione le operazioni si eseguono con il seguente ordine:

1) Elevamento a potenza
2) Moltiplicazione e divisione
3) Addizione e sottrazione

Se ci sono delle parentesi prima si eseguono le operazioni nelle parentesi cominciando dalle più interne.

CALCOLA IL VALORE DELLE SEGUENTI ESPRESSIONI **SENZA L’UTILIZZO DELLA CALCOLATRICE**

1. $[4^5 \cdot 9^5 : 18^5 - 6 \cdot (5^3 : 5^2)]^3 \cdot (12^3 : 4^3 - 5^2 + 3)^3 : [2^4 : 2 \cdot (5 \cdot 5^2)]$ [1]
2. $\left[\left(6^9 : 6^5 : 2^4 - 5 \cdot 15\right)^3 \cdot 5^3 : 10^3 + 3\right] : 10$ [3]
3. $\left[5^7 : \left(5^2 \cdot 5\right)^2 + 6^4 : \left(3^2\right)^2\right]^3 : \left\{3^5 : \left(3 \cdot 3^2\right) : 3 + \left[\left(2^2 \cdot 3\right)^3 : 3^3\right] : 2^4\right\}^3$ [27]

<u>Massimo Comun Divisore (M.C.D.)</u> di due o più numeri naturali, diversi da zero, è il maggiore tra i loro divisori comuni.
Per calcolare il MCD di due o più numeri naturali occorre:

- Scomporre ogni numero in fattori primi, scrivendo ogni fattore con la propria molteplicità;
- Moltiplicare fra loro i fattori primi comuni ai numeri dati, ciascuno preso una sola volta con il minimo esponente con cui compare nelle singole scomposizioni

RICORDA: se due o più numeri naturali distinti ammettono come unico divisore comune il numero 1, si dicono **primi fra loro.** In questo caso il loro MCD è 1

<u>Minimo comune multiplo (m.c.m.)</u> di due o più numeri naturale, diversi da zero, è il minore fra i loro multipli comuni
Per calcolare il m.c.m. di due o più numeri naturali occorre:

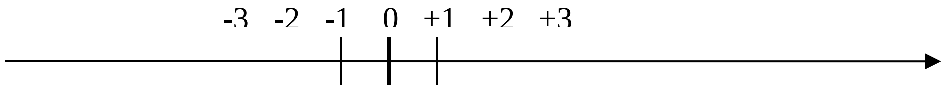
- Scomporre ogni numero in fattori primi, scrivendo ogni fattore con la propria molteplicità;
- Moltiplicare fra loro i fattori primi comuni e non comuni ai numeri dati, ciascuno preso una sola volta con il massimo esponente con cui compare nelle singole scomposizioni

DOPO AVER SCOMPOSTO IN FATTORI PRIMI I SEGUENTI GRUPPI DI NUMERI CALCOLA IL LORO M.C.D. E IL m.c.m.:

12, 15, 10	25, 24, 30	22, 20, 66
81, 270, 360	128, 36, 460	1176, 882, 63
676, 1300, 650	252, 210, 504	390, 650, 130

NUMERI INTERI Z

I numeri naturali <u>non</u> sono sufficienti per risolvere alcuni problemi di tipo pratico: per esempio, per misurare la temperatura, si deve precisare se è “sopra” o “sotto” lo zero, per stabilire la data di un avvenimento storico, dobbiamo specificare se è “avanti Cristo” o “dopo Cristo”, per determinare la situazione contabile di un’azienda, si deve dire se il suo bilancio è a “debito” o “credito”
L’insieme dei numeri naturali deve perciò essere “ampliato” introducendo altri numeri: i numeri interi $Z = \{0,+1,-1,+2,-2,+3,-3,+4,-4............\}$.
I numeri interi sono quindi composti dai negativi, da 0 e dai numeri negativi, essi possono essere definiti e costruiti a partire da N, infatti, ad ogni numero naturale diverso da zero si possono attribuire due segni, il segno “+” per i positivi, oppure il segno “–“ per i negativi.
I numeri interi possono essere rappresentati su una retta orientata.



ESERCIZIO

- DISPONI SU UNA SEMIRETTA ORIENTATA IL SEGUENTE GRUPPO DI NUMERI INTERI
  -1,3,10,0,-11,-6,21,-9,5,-4

VALORE ASSOLUTO O MODULO DI UN NUMERO

Si dice valore assoluto di un numero relativo **a,** il numero considerato senza il suo segno.
Esso si indica scrivendo il numero stesso tra due barrette: $|a|$

NUMERI INTERI

- **CONCORDI**: con lo stesso segno.
- **DISCORDI**: con segni opposti
- **OPPOSTI**: valore assoluto uguale e segno diverso

OPERAZIONI CON I NUMERI INTERI

ADDIZIONE

- tra due **concordi**: la somma è un numero concorde con gli addendi, avente come valore assoluto la somma dei valori assoluti.
- tra due **discordi**: la somma è un numero con valore assoluto uguale alla differenza dei valori assoluti e segno concorde con il numero avente valore assoluto maggiore.

MOLTIPLICAZIONE

- tra **concordi**: il prodotto è un numero positivo avente come valore assoluto il prodotto dei valori assoluti.
- tra **discordi**: il prodotto è un numero negativo avente come valore assoluto il prodotto dei valori assoluti.

SOTTRAZIONE

- si somma al primo l’opposto del secondo

DIVISIONE

- tra due **concordi**: il quoziente è un numero positivo con valore assoluto uguale al quoziente dei valor assoluti
- tra due **discordi**: il quoziente è un numero negativo con valore assoluto uguale al quoziente dei valor assoluti

ESERCITATI CON I NUMERI INTERI

Completa le tabelle

A	Valore assoluto $\lvert A \rvert$	Opposto –A		A	Valore assoluto $\lvert A \rvert$	Opposto –A
- 3	3	+3		- 7		
+ 10						+15
0						- 3
- 1						-1

TRA CIASCUNA COPPIA DI INTERI INSERISCI IN MODO OPPORTUNO IL SIMBOLO < (MINORE) O > (MAGGIORE)

-5…….+2	-3……..-4	-4…….-2	0…….+3	0…….-3	-2…….0	-1…….4	3……..4
-2…….-1	-3……..5	7…….-27	10…..-10	-2…….+2	+3…….-3	-3…….11	-2……..-8

COMPLETA LE TABELLE PER CALCOLARE LA SOMMA TRA DUE CONCORDI

A	B	A+B		A	B	A+B
+10	+2			+15	-2	
+26	0			+6	-46	
-42	-8			-17	+23	$(-17)+(+23)=+(23-17)=+6$
-15	-10			-7	+25	

COMPLETA LA TABELLA

A	B	-A	-B	A+B	-A+B	-A+(-B)
+7	-2	-7	+2	$+7+(-2)=+(7-2)=+5$	$-7+(-2)=-(7+2)=-9$	$-7+(+2)=-(7-2)=-5$
-3	-5					
+6	+10					
+14	-6					
-10	-4					
+11	+11					

CALCOLA LA DIFFERENZA TRA DUE NUMERI

A	B	A – B		A	B	A – B
-5	-10	$-5-(+3)=-5+(-3)=-(5+3)=-8$		-7	0	
-9	+3			0	-2	
+25	0			-1	-5	

COMPLETA LA SEGUENTE TABELLA

Calcola le seguenti addizioni					
$-5+(-7)=$	$-2+(+4)=$	$+2+(-3)=$	$+1+(+3)=$	$-4+(-2)=$	$-3+(-7)=$
$-7+(-11)=$	$+3+(-11)=$	$-2+(+2)=$	$0+(-3)=$	$3-(0)=$	$-4+(-7)=$

$-7+(-25)=$	$-13+(+13)=$	$-12+(-9)=$	$-22+(-7)=$	$+5-2=$	$+5+2=$
$-5-2=$	$+5-2=$	$+15-12=$	$-25-21=$	$-41+63=$	$+6-13=$

SCRIVI E CALCOLA

La somma tra (+12) e (-20)	$(+12)+(-20)=-(20-12)=-8$
La somma tra (+12) e l'opposto di(-20)	
La somma tra l'opposto (+12) e l'opposto di(-20)	
La differenza tra (+12) e (-20)	
La differenza tra l'opposto (+12) e (-20)	
L'opposto della differenza tra (+12) e (-20)	
La somma tra (-15) e (-25)	
La somma tra (+25) è l'opposto di (-15)	
Il modulo della differenza tra (-7) e (+13)	
La differenza tra i moduli di (+16) e (-17)	
L'opposto del modulo di (-5)	
Il modulo dell'opposto di (-8)	
Il modulo del successivo di (-3)	
Al modulo della somma tra (-4) e (-6) sottrai l'opposto di (-15)	

COMPLETA LE TABELLE PER CALCOLARE IL PRODOTTO E IL QUOZIENTE TRA DUE NUMERI INTERI

A	B	$A\cdot B$	$A\div B$
+25	+5		
-22	-2		
-50	-1		
-4	-16	$+(4\cdot 6)=+24$	Impossibile in Z
-5	-60		
+2	+14		
-1	-36		

A	B	$A\cdot B$	$A\div B$
+60	-2	$-(60\cdot 2)=-120$	$-(60\div 2)=-30$
-14	+2		
+50	-1		
-2	+16		
+3	-6		
-1	+4		
+1	-10		

COMPLETA LE TABELLE

A	B	$A\cdot B$	$A\div B$
+12	0	$+12\cdot 0=0$	$+12\div 0$ impossibile
-20	0		
-30	0		

A	B	$A\cdot B$	$A\div B$
0	-6		
0	+4		$0\div 4=0$
0	+21		

COMPLETATALA TABELLA PER RIGHE

A	B	A+B	A – B	B – A	$A\cdot B$	$A\div B$
-5	-1					
+1	-7					
0	+10					
+16	-4					
	-1	-5				
	+1		0			
+8		-6				
-10		-10				
+60			90			
-3					15	

🚲 UTILIZZANDO LA DEFINIZIONE DI POTENZA SEGUENDO LE REGOLE DEL CALCOLO, RISOLVI GLI ESERCIZI.

$(-3)^4 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = +81$	$(+3)^3 =$	$-(+1)^7 =$
$(-7)^0 =$	$(+1)^5 =$	$-(-1)^7 =$
$(0)^3 =$	$(+10)^2 =$	$-(-2)^5 =$
$(-8)^2 =$	$(-7)^2 =$	$-(+2)^5 =$
$(-3)^5 =$	$(-5)^1 =$	$+(-2)^5 =$

🚲 COMPLETA LA TABELLA

Numeri		Quadrato di A	Prodotto del quadrato di A per B	Triplo prodotto del quadrato di A per B	Quadrato di B	Prodotto del quadrato di B per A	Triplo prodotto del quadrato di B per A
A	B	A^2	A^2B	$3A^2B$	B^2	AB^2	$3AB^2$
-5	-2	+25	+25(-2) = -50	$3(-5)^2(-2)$ =-150	+4		
-1	-4						
+3	-5						
-2	-6						

POTENZE CON I NUMERI INTERI

La potenza di un numero intero è un numero intero avente valore assoluto dato dall'elevamento a potenza del valore assoluto della base e segno:

- ***negativo*** se la base è negativa e l'esponente è dispari
- ***positivo*** in tutti gli altri casi

OSSERVAZIONI:

1. tutte le proprietà delle operazioni viste per l'insieme dei naturali valgono anche per l'insieme Z degli interi
2. la divisione non è una operazione interna a Z
3. l'insieme Z è ordinato
4. L'insieme Z è discreto: non esiste alcun intero tra due interi consecutivi

N.B.: si chiama **somma algebrica** la somma di numeri relativi legati tra loro da segni di addizione e di sottrazione.

🚲 COMPLETA LA TABELLA PER CALCOLARE LA POTENZA DI POTENZA

A^b	c	$(A^b)^c$		A^b	c	$(A^b)^c$
2^0	5	$(2^0)^5=2^{0*5}=2^0=1$		$(-7)^3$	1	
$(-1)^5$	3			$(-1)^5$	3	
$(-1)^5$	2			$(-3)^5$	2	
$(-3)^2$	3			$(-2)^2$	5	
25^2	0			2^2	2	
0^1	7			4^5	1	

🚲 COMPLETA LA TABELLA PER CALCOLARE IL PRODOTTO E IL QUOZIENTE DI POTENZE CON UGUAL BASE

A^b	A^c	$A^b \cdot A^c$	$A^b \div A^c$
$(-5)^2$	$(-5)^6$	$(-5)^2\cdot(-5)^6 = (-5)^{2+6} = (-5)^8 = +5^8$	$(-5)^2 : (-5)^6 = (-5)^{2-6}$ impossibile in Z
$(+2)^5$	$(+2)^3$		
$(0)^3$	$(0)^5$		

$(+1)^7$	$(+1)^{10}$		
$(-7)^2$	$(-7)^1$		
$(-10)^7$	$(-10)^3$		
$(-1)^5$	$(-1)^{10}$		

COMPLETA LA TABELLA PER CALCOLARE IL PRODOTTO E IL QUOZIENTE DI POTENZE CON UGUAL ESPONENTE

A^b	C^b	$A^b \cdot C^b$	$A^b \div C^b$
$(-10)^3$	$(+2)^3$	$(-10)^3 \cdot (+2)^3 = (-10 \cdot 2)^3 = (-20)^3 = -8000$	
$(+6)^2$	$(-4)^2$		$(-6)^2 \div (-4)^2$ impossibile in Z
$(0)^3$	$(+1)^3$		
$(+1)^5$	$(-3)^5$		
$(-2)^2$	$(-3)^2$		
$(-4)^2$	$(+2)^2$		
$(0)^3$	$(0)^3$		

COMPLETA LA TABELLA

A	Scrivi il numero A sotto forma di potenza e di opposto di potenza in tutti i modi possibili
+729	$(3)^6 = (9)^3 = (27)^2 = (729)^1 = -(-9)^3 = -(-729)^1 = \ldots$
-32	
+625	
-8	
-81	
+4	
+25	

CALCOLA IL VALORE DELLE SEGUENTI ESPRESSIONI **SENZA L'UTILIZZO DELLA CALCOLATRICE**: (ricorda le priorità delle operazioni e delle parentesi)

1. $-(3-5+20)-[2-(-12-15+7)+11]-(-6+8)$ [-53]
2. $2-\{+1-4-[2+1-(1-5)-2]-1\}+7$ [18]
3. $-1-\{-7-[2-(-7-9)-(+6-9)]-(-3-5)\}$ [19]
4. $[+5+(-7)+(-3)]\cdot(-2)$ [10]
5. $[(-10)-(-25)-(+45)]:(-3)$ [10]
6. $(2-1)\cdot(-8)+(1-12)\cdot(3-4)\cdot 2+6$ [20]
7. $10[(-6-7):(-15+2)]\cdot(-10+2)+(-5)$ [-85]
8. $(+8)\cdot(-3)\cdot(+3):(-6)^2$ [-2]
9. $(-4)^2\cdot(-4)\cdot(-4)^0+(-4)^2$ [-48]
10. $\left[(-5)^6:(-5)^5\right]^2-(-1)^3+(-2)^7\cdot(-2)^4:(-2)^{10}$ [24]
11. $\left[(-2)^2\right]^2-\left[(-3)^7:(-3)^5+2^3\right]+(-1)$ [-2]
12. $\left\{(-3)^2+(12-4)^2-[(3-25-3):(14-10+1)]\right\}:(-1+3)$ [39]
13. $\left[(-1-7):(-4+2)-(-1-1)^2\right]:(-2)^3-1$ [-1]

NUMERI RAZIONALI Q

Frazioni. Numeri razionali Q

Si chiama **frazione** qualsiasi numero che può essere scritto nella forma $\frac{a}{b}$, dove $a, b \neq 0 \in Z$;

a si chiama ***numeratore***
b si chiama ***denominatore***
Una frazione si dice:

- <u>apparente</u> se il numeratore è multiplo del denominatore;
- <u>propria</u> se il numeratore e minore del denominatore;
- <u>impropria</u> se il numeratore è maggiore del denominatore.

Le frazioni appartengono a un insieme numerico che contiene Z. Esse formano l'insieme dei numeri razionali Q.

Due **frazioni** $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ sono **equivalenti** se e solo se $a \cdot d = b \cdot c$
Ogni classe di frazioni equivalenti individua un unico numero razionale.

PROPRIETA' INVARIANTIVA: moltiplicando o dividendo il numeratore e il denominatore per uno stesso numero, diverso da zero, si ottiene una frazione equivalente a quella data.

Semplificazione di una frazione. Riduzione allo stesso denominatore

Ridurre una frazione *ai minimi termini* significa trasformarla in una ad essa equivalente, nella quale numeratore e denominatore sono primi tra loro.

Una frazione ridotta ai minimi termini si dice *irriducibile*.

Ridurre due o più frazioni *allo stesso denominatore* significa trasformarle in altre ad esse equivalenti aventi lo stesso denominatore. Il denominatore comune è uguale al m.c.m. dei denominatori ed è detto *minimo comune denominatore (n.c.d.)*

Confronto tra frazioni

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d > b \cdot c$; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$; $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d < b \cdot c$

I numeri razionali si possono rappresentare su una retta orientata: l'insieme Q è *ordinato*.
L'insieme Q è denso: tra due numeri razionali distinti sono compresi infiniti numeri razionali.

ESERCITATI CON I NUMERI RAZIONALI

DISPONI SU UNA RETTA ORIENTATA I SEGUENTI GRUPPO DI NUMERI RAZIONALI

$$\frac{7}{5}; \frac{8}{9}; \frac{1}{2}; \frac{9}{4}; \frac{3}{2}; \frac{10}{3}; \frac{23}{4}; \frac{4}{5}; -\frac{2}{7}; -\frac{5}{3}$$

INDIVIDUA, NEI SEGUENTI GRUPPI DI FRAZIONI, QUELLE PROPRIE, QUELLE IMPROPRIE E QUELLE APPARENTI

frazione	propria	impropria	apparente
$\frac{16}{28}$			
$\frac{31}{48}$			

frazione	propria	impropria	apparente
$\frac{4}{1}$			
$\frac{18}{12}$			

COMPLETA LA TABELLA

frazione	scrivi almeno 4 frazioni equivalenti a quella data
$-\frac{12}{30}$	$-\frac{6}{15}$; $-\frac{2}{5}$;
$\frac{30}{12}$	
$\frac{100}{25}$	
$-\frac{16}{20}$	

COMPLETA LA TABELLA

frazione	Moltiplica numeratore e denominatore		Dividi numeratore e denominatore	
	per 2	per 3	per 2	per 3
	Frazione equivalente	Frazione equivalente	Frazione equivalente	Frazione equivalente
$\frac{24}{6}$	$\frac{24 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{48}{12}$			$\frac{24:3}{6:3} = \frac{8}{2} = 4$
$-\frac{6}{24}$				
$\frac{12}{48}$				
$-\frac{18}{30}$				

CONFRONTA CIASCUNA DELLE SEGUENTI COPPIE DI FRAZIONI E STABILISCI QUALE SIMBOLO OCCORRE PORRE TRA LORO, SCEGLIENDO FRA > = <

1) $\frac{5}{8} \ldots \frac{4}{9}$ $\quad \frac{7}{6} \ldots \frac{5}{11}$ $\quad \frac{9}{3} \ldots \frac{8}{5}$ $\quad \frac{4}{5} \ldots \frac{5}{6}$ $\quad \frac{8}{13} \ldots \frac{20}{25}$

2) $\frac{12}{6} \ldots \frac{18}{3}$ $\quad \frac{11}{12} \ldots \frac{12}{11}$ $\quad \frac{16}{24} \ldots \frac{20}{28}$ $\quad 2 \ldots \frac{5}{8}$ $\quad \frac{25}{5} \ldots 5$

SEGUI LE ISTRUZIONI PER SEMPLIFICARE UNA FRAZIONE NUMERICA, RIDUCENDOLA AI MINIMI TERMINI

frazione	Calcola il MCD tra il numeratore e il denominatore della frazione	Semplifica la frazione: dividi numeratore e denominatore per il MCD; se MCD=1 la frazione è già ridotta ai minimi termini	Frazione ridotta ai minimi termini
$\frac{15}{20}$	MCD(15;20) = 5	$\frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

$\frac{17}{3}$			
$-\frac{15}{81}$			
$\frac{27}{6}$			
$-\frac{27}{6}$			
$\frac{18}{16}$			
$-\frac{16}{9}$			

🚲 SEGUI LE ISTRUZIONI PER RIDURRE DUE O PIÙ FRAZIONI ALLO STESSO DENOMINATORE

frazioni	Se possibile semplifica le frazioni	Calcola il m.c.m. tra i denominatori	<u>Frazioni ridotte allo stesso denominatore</u>: scrivi le frazioni equivalenti alle date aventi per denominatore il m.c.m. trovato
$\frac{2}{8}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{10}{5}$	$\frac{2}{8}=\frac{2:2}{8:2}=\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{10}{5}=\frac{10:5}{5:5}=2$	m.c.m. (4;6;1) = 12	$\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 3}{12}=\frac{3}{12}$ $\frac{1}{6}=\frac{1\cdot 2}{12}=\frac{2}{12}$ $2=\frac{2\cdot 12}{12}=\frac{24}{12}$
$\frac{7}{6}$ $\frac{15}{10}$ $\frac{20}{16}$			
$\frac{6}{10}$ $\frac{1}{3}$			
$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{12}$			

Operazioni con le frazioni

Addizione e sottrazione di frazioni
La somma o la differenza di due o più frazioni di uguale denominatore è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la somma o la differenza dei numeratori

ESEMPI

$\frac{2}{4}+\frac{7}{4}=\frac{2+7}{4}=\frac{9}{4}$ $\qquad$ $\frac{8}{5}-\frac{2}{5}=\frac{8-2}{5}=\frac{6}{5}$

Se i denominatori sono diversi, prima si riducono le frazioni allo stesso denominatore

ESEMPI

$\frac{1}{3}+\frac{2}{4}=\frac{1\cdot 4+2\cdot 3}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ $\qquad$ $\frac{4}{9}-\frac{1}{15}=\frac{4\cdot 5-1\cdot 3}{45}=\frac{17}{45}$

Moltiplicazione di frazioni
Il prodotto di due o più frazioni, ridotte ai minimi termini, è una frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori

ESEMPIO $\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}=\frac{2\cdot 7}{5\cdot 3}=\frac{14}{15}$

La **frazione inversa** (o reciproca) di $\frac{a}{b}$ è $\frac{b}{a}$, con $a\neq 0$

Divisione di frazioni
Il quoziente di due frazioni, di cui la seconda diversa da zero, è uguale al prodotto della prima per l'inverso della seconda.

ESEMPIO $\frac{2}{3}:\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$

Elevamento a potenza di una frazione
La potenza di una frazione si ottiene elevando il numeratore e il denominatore all'esponente della potenza stessa

ESEMPIO $\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2^3}{3^3}=\frac{8}{27}$

Elevamento a potenza con esponente negativo
La potenza di un numero relativo con esponente negativo è uguale al reciproco della stessa potenza con esponente positivo

ESEMPIO $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{16}$

OSSERVAZIONI:

1. tutte le proprietà delle operazioni viste per l'insieme dei numeri naturali valgono anche per l'insieme Q dei razionali
2. la divisione è una operazione interna a Q
3. i numeri razionali si possono rappresentare su una retta orientata: l'insieme Q è *ordinato*.
4. l'insieme Q è denso: tra due numeri razionali distinti sono compresi infiniti numeri razionali.

ESERCITATI CON I NUMERI RAZIONALI

🚲 SEGUI LE ISTRUZIONI PER ADDIZIONARE O SOTTRARRE DUE O PIÙ FRAZIONI NUMERICHE

Addizione o sottrazione tra frazioni	Se possibile, semplifica le frazioni ed elimina le parentesi	Riduci allo stesso denominatore le frazioni semplificate, scrivendo una sola frazione che abbia come denominatore quello comune e come numeratore la somma algebrica dei denominatori	Risolvi le operazioni a numeratore	Riduci le frazioni ai minimi termini	Scrivi il risultato
$\frac{3}{4}+\left(-\frac{9}{6}\right)+(+3)$	$\frac{3}{4}-\frac{3}{2}+3$	$\frac{3-6+12}{4}$	$\frac{9}{4}$	È già ridotta	$\frac{9}{4}$
$\frac{1}{2}+2$					
$\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$					
$\frac{5}{4}-\frac{4}{5}$					
$-\frac{5}{4}-\left(-\frac{30}{20}\right)$					
$\frac{7}{4}-\frac{2}{8}-1$					
$\frac{25}{5}-\left(-\frac{16}{4}\right)-\left(-\frac{22}{11}\right)$					
$-\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{12}-\frac{5}{2}+\frac{4}{3}\right)$					

SEGUI LE ISTRUZIONI PER MOLTIPLICARE DUO O PIÙ FRAZIONI NUMERICHE E PER DIVIDERE DUE FRAZIONI NUMERICHE

Moltiplicazione tra due o più frazioni	Determina il segno del prodotto	Scrivi una sola frazione avente il segno del determinato, a numeratore il prodotto dei numeratori e a denominatore il prodotto dei denominatori	Scrivi il risultato risolvendo le moltiplicazioni
$-\frac{5}{2}\cdot\left(-\frac{4}{27}\right)\cdot 9$	+	$+\frac{5\cdot 4\cdot 9}{2\cdot 27\cdot 1}$	$\frac{10}{3}$
$\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}$			
$-\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}$			
$\frac{2}{3}\cdot\frac{-15}{8}$			
$\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{15}{8}\right)$			

Divisione tra due frazioni	Moltiplica la prima frazione per l'inverso della seconda	Se è possibile semplifica e scrivi il risultato risolvendo le moltiplicazioni a numeratore e a denominatore
$\frac{15}{16}:\left(-\frac{3}{8}\right)$	$\frac{15}{16}\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)$	$-\frac{15}{16}\cdot\frac{8}{3}=-\frac{5}{2}$
$-\frac{3}{4}:\left(-\frac{27}{16}\right)$		
$\frac{1}{4}:\left(-\frac{1}{16}\right)$		
$-2:\frac{4}{5}$		
$-\frac{3}{2}:3$		

ESTENDIAMO A Q IL CALCOLO DELLE POTENZE, INTENDENDO LA BASE APPARTENENTE A Q E L'ESPONENTE A Z.

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}$	$\left(\frac{1}{5}\right)^3=$	$\left(-\frac{1}{5}\right)^3=$	$\left(-\frac{17}{13}\right)^0=$	$\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$	$2^{-4}=$	$\left(\frac{7}{3}\right)^{-2}=$
$\left(-\frac{1}{5}\right)^2=$	$\left(-\frac{5}{5}\right)^4=$	$\left(\frac{4}{3}\right)^2=$	$\left(-\frac{2}{3}\right)^4$	$\left(-\frac{10}{3}\right)^{-3}=$	$\left(-\frac{13}{7}\right)^2=$	$(-1)^{-5}=$

APPLICANDO LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE ESEGUI LE SEGUENTI OPERAZIONI

$2^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=2^3\cdot 2^{-5}=2^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^3=$	$\left(\frac{2}{7}\right)^5\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^5=$	$\frac{1}{3}:\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 3^{-4}=$
$\left(\frac{2}{3}\right)^3:\left(\frac{3}{2}\right)^5=$	$\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^3\right]^5=$	$\left(\frac{15}{8}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{16}{5}\right)^{-2}=$	$\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^{-7}=$
$\left(\frac{81}{16}\right)^{-3}\cdot\frac{2}{3}=$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^3=$ non è possibile applicare le proprietà	$\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-8}\right]^2=$	$\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^2=$
$\left(\frac{2}{5}\right)^2:\left(\frac{4}{15}\right)^2=$	$\left[-\left(-\frac{3}{7}\right)^2\right]^5:\left(\frac{3}{7}\right)^9$	$\left(\frac{5}{2}\right)^3:\left(\frac{4}{5}\right)^5=$	$\left(\frac{1}{8}\right)^2:\left(\frac{1}{16}\right)^2\cdot 2^3$
$\left[\left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}\right]^0=$	$\left\{-\left[-\left(-\frac{5}{2}\right)^3\right]^2\right\}^{-5}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^3\cdot 4^3=$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}:\left(\frac{9}{4}\right)^{-7}=$

🚲 TRADUCI IN ESPRESSIONI E SUCCESSIVAMENTE ESEGUI I CALCOLI, COME NELL'ESEMPIO

Calcola il triplo della somma dei numeri +2 e -5, al risultato sottrai -4 ed eleva al cubo ciò che hai ottenuto.
$[3\cdot(+2-5)-(-4)]^3 = [3\cdot(-3)-(-4)]^3 = [-9+4]^3 = [-5]^3 = -125$

Calcola il doppio del numero $-\frac{4}{5}$,al risultato addiziona $-\frac{1}{5}$; eleva al quadrato ciò che hai ottenuto, infine moltiplicalo per $-\frac{5}{2}$.

Al quadrato della somma di $-\frac{1}{4}$ e $-\frac{1}{2}$ sottrai il cubo della loro differenza.

Dividi la somma di 2 e $\frac{5}{8}$ per la somma di 2 e $-\frac{7}{16}$.

Sottrai a $-\frac{1}{3}$ la somma di -4 e $\frac{2}{3}$; il risultato, triplicato e sommato a $-\frac{11}{2}$ elevalo al quadrato.

🚲 RISOLVI LE SEGUENTI ESPRESSIONI **SENZA L'UTILIZZO DELLA CALCOLATRICE**: (ricorda le priorità delle operazioni e delle parentesi)

1. $\left(-\frac{5}{3}\right)\cdot(-9)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{25}\right)\cdot(-1)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(-2)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)$ $[\frac{9}{5}]$

2. $-\frac{1}{2}:(-2):\frac{3}{4}:\left(-\frac{1}{9}\right):(-27):\left(\frac{1}{-10}\right)$ $[-\frac{10}{9}]$

3. $-\frac{3}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{49}{4}:(-2+6)\cdot\frac{6}{14}$ $[-\frac{1}{2}]$

4. $\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{10}-2\right):\frac{3}{7}:\left[\left(-1+\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot(-2)\right]$ $[7]$

5. $4^5\cdot 8^{-3}\cdot 2^{-10}\cdot\left[(-2)^2\right]^3$ $[\frac{1}{8}]$

6. $\left\{\left[\left(\frac{4}{5}\right)^3:\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^2\right\}^{-1}:\left\{\left[\left(-\frac{3}{8}\right)^2\right]^4\right\}^0$ $[\frac{25}{16}]$

7. $\dfrac{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)^3}\cdot\dfrac{\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)^3}{\left(1-\frac{2}{5}\right)^3}\cdot\left[\left(5-\frac{5}{7}\right):7^{-1}\right]^2$ $[\frac{1}{30}]$