20. ESERCIZI

IL CONCETTO DI LIMITE

LIVELLO BASE

Completa le seguenti tabelle aiutandoti con una calcolatrice e formula un'ipotesi sul valore del limite:

1. $\lim_{x \to 3} \frac{x}{x-3} =$

x	$f(x)$
2,9	
2,99	
2,999	
2,9999	

x	$f(x)$
3,1	
3,01	
3,001	
3,0001	

2. $\lim_{x \to 0} \frac{x^2-1}{x} =$

x	$f(x)$
-0,1	
-0,01	
-0,001	
-0,0001	

x	$f(x)$
0,1	
0,01	
0,001	
0,0001	

3. $\lim_{x \to 0^+} lnx =$ $\lim_{x \to +\infty} lnx =$

x	$f(x)$
0,2	
0,1	
0,01	
0,001	

x	$f(x)$
100	
1000	
10000	
100000	

Dai le definizioni dei seguenti limiti:

4. $\lim_{x \to 2} f(x) = 3$

5. $\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$

6. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

7. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

8. $\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty$

9. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -5$

10. $\lim_{x \to -3^-} f(x) = +\infty$

11. $\lim_{x \to 4^+} f(x) = 3^-$

12. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 6^+$

Indica quale limite rappresentano le seguenti definizioni

13. $\forall\, U_y(3)\ \exists V_x(+\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(+\infty) \Rightarrow f(x) \in U_y(3)$

14. $\forall\, U_y(-2)\ \exists V_x(3)$ tale che $\forall x \in V_x(3) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(-2)$

15. $\forall\, U_y(+\infty)\ \exists V_x(-5)$ tale che $\forall x \in V_x(-5) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(+\infty)$

16. $\forall\, U_y(-\infty)\ \exists V_x(+\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(+\infty) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(-\infty)$

17. $\forall\, U_y(+\infty)\ \exists V_x^-(3)$ tale che $\forall x \in V_x^-(3) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(-\infty)$

18. $\forall\, U_y^-(0)\ \exists V_x^+(-1)$ tale che $\forall x \in V_x^+(-1) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y^-(0)$

19. $\forall\, U_y^+(-4)\ \exists V_x^+(2)$ tale che $\forall x \in V_x^+(2) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y^-(-4)$

20. $\forall\, U_y^-(1)\ \exists V_x(+\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(+\infty) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in\ U_y^-(1)$

21. $\forall\, U_y(-\infty)\ \exists V_x^-(-3)$ tale che $\forall x \in V_x^-(-3) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(+\infty)$

22. $\forall\, U_y^+(6)\ \exists V_x(-\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(-\infty) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in\ U_y^+(6)$

23. $\forall\, U_y(-\infty)\ \exists V_x^+(5)$ tale che $\forall x \in V_x^+(5) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(-\infty)$

24. $\forall\, U_y(-3)\ \exists V_x(-\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(-\infty) \Rightarrow f(x) \in U_y(-3)$

25. $\forall\, U_y(6)\ \exists V_x(2)$ tale che $\forall x \in V_x(2) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(6)$

26. $\forall\, U_y(+\infty)\ \exists V_x(-\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(-\infty) \quad \Rightarrow \quad f(x) \in U_y(+\infty)$

Dai seguenti grafici deduci i limiti indicati, se esistono:

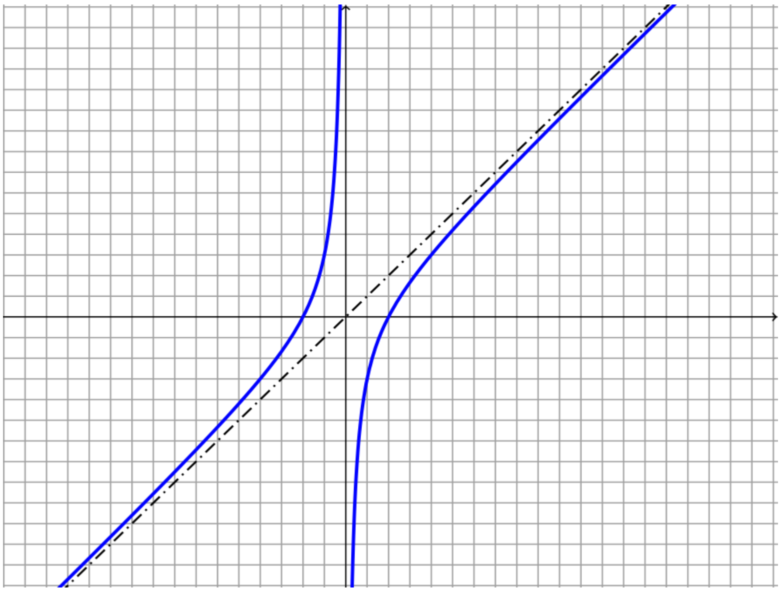
27.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to0^-} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to0^+} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ ___



28.

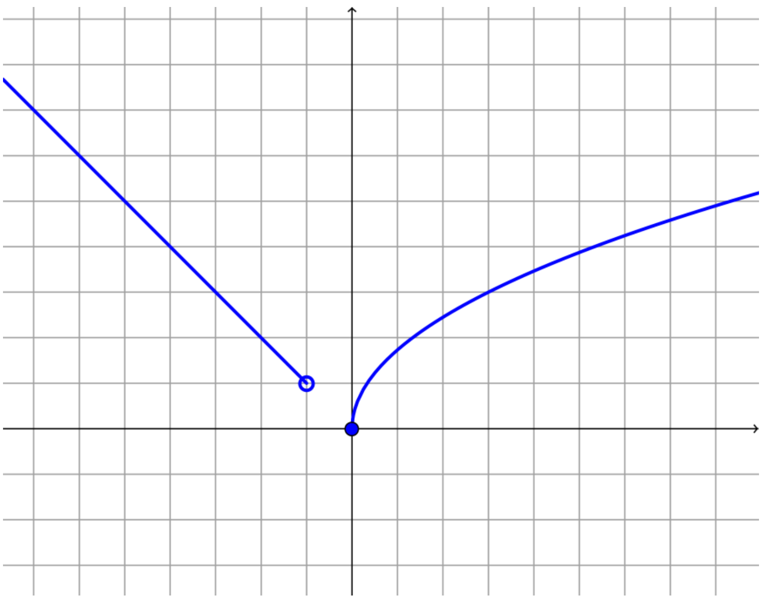
$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to-1^-} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to0^+} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) =$ ___



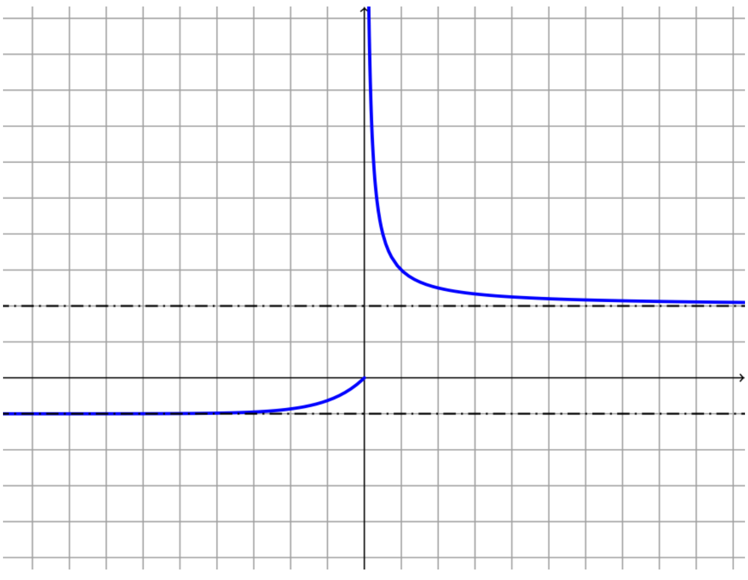
29.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to0^-} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to0^+} f(x) =$ ___

$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ ___



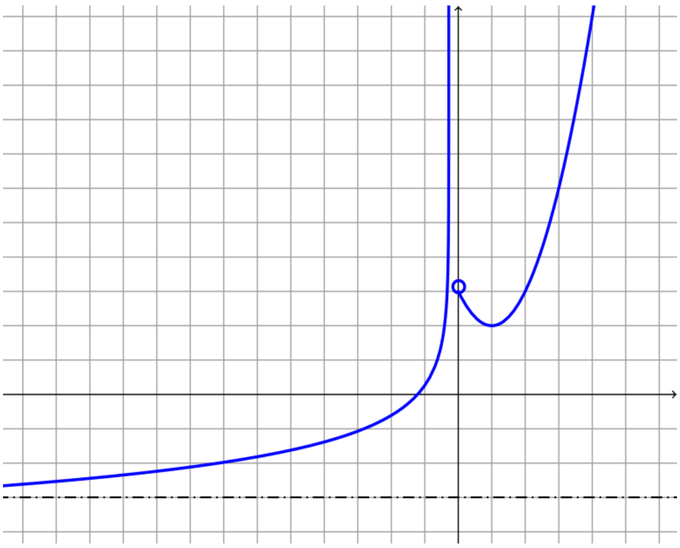
30.

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \_\_$



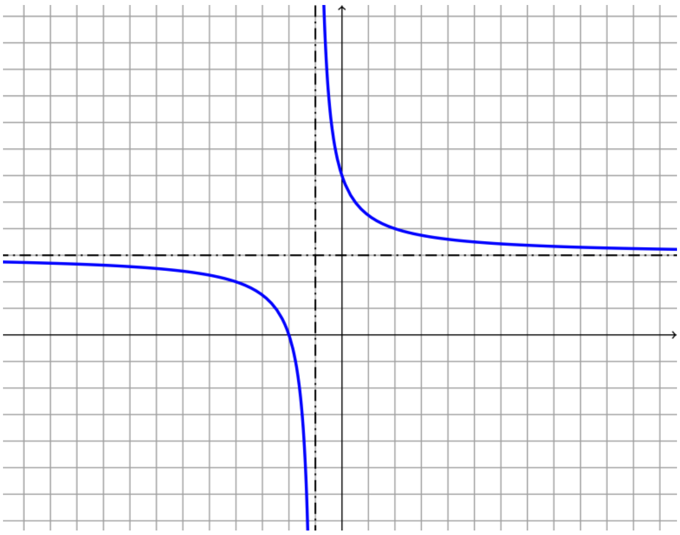
31.

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \_\_$



32.

$\lim_{x \to -3^+} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \_\_$

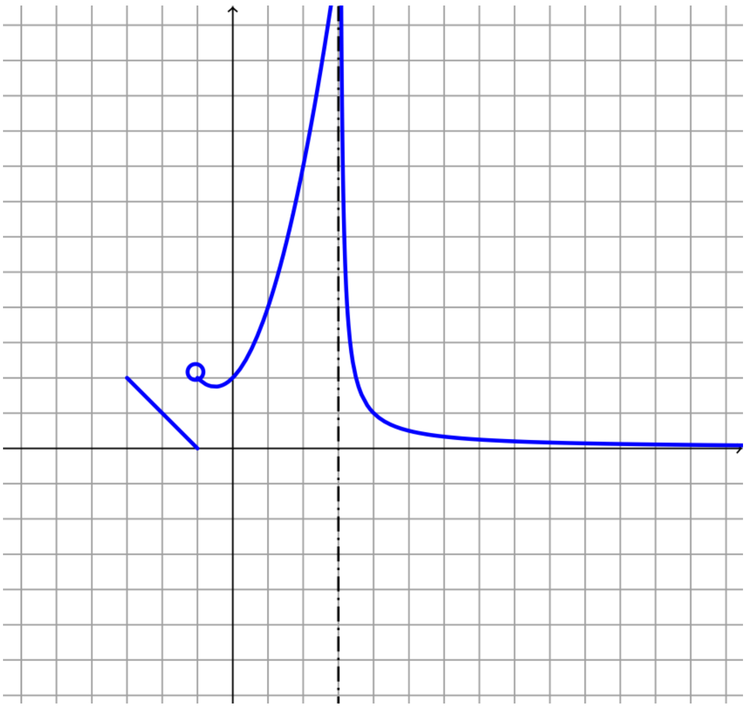
$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \_\_$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \_\_$



33.

$\lim_{x\to 2} f(x) =$ __

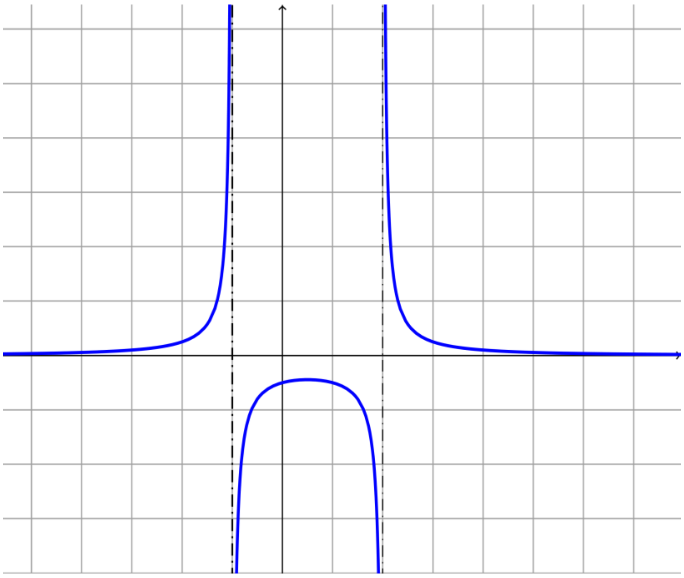
$\lim_{x\to 1^-} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 1^+} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ __

$\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ __

$\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ __



34.

$\lim_{x\to 3^-} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 4} f(x) =$ __

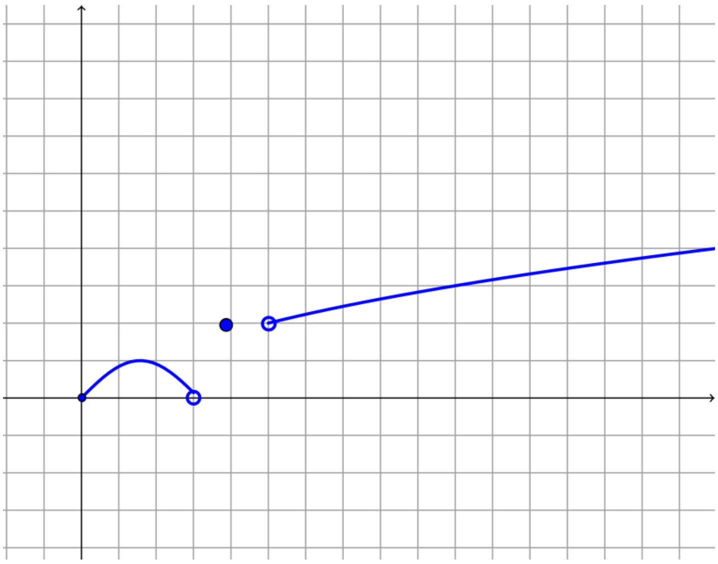
$\lim_{x\to 5^-} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 5^+} f(x) =$ __

$\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ __

$\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 0} f(x) =$ __



35.

$\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ __

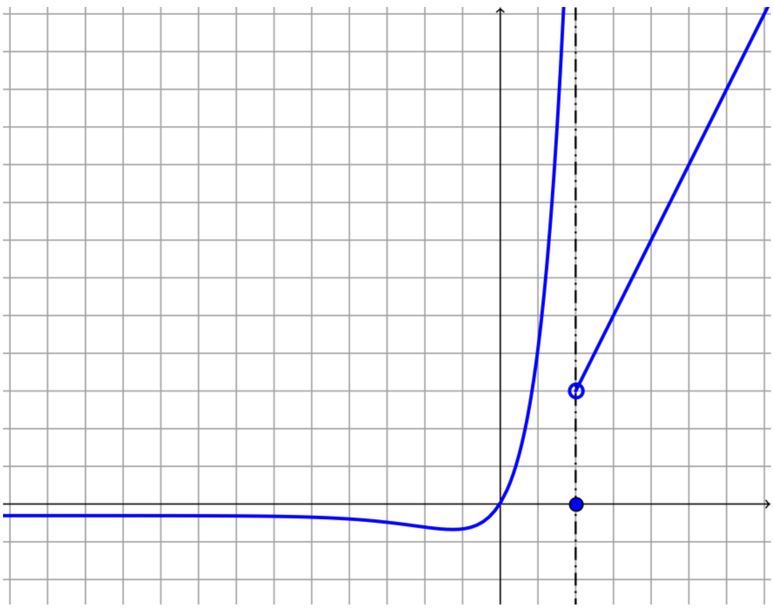
$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 2^+} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 2} f(x) =$ __

$\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ __

$\lim_{x\to 0} f(x) =$ __



LIVELLO INTERMEDIO

Rappresenta graficamente i limiti che si riferiscono alle seguenti definizioni:

36. $\forall\, U_y(-\infty)\ \exists V_x(+\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(+\infty) \ \Rightarrow\ f(x) \in U_y(-\infty)$

37. $\forall\, U_y(+\infty)\ \exists V_x^-(3)$ tale che $\forall x \in V_x^-(3) \ \Rightarrow\ f(x) \in U_y(-\infty)$

38. $\forall\, U_y^-(0)\ \exists V_x^+(-1)$ tale che $\forall x \in V_x^+(-1) \ \Rightarrow\ f(x) \in U_y^-(0)$

39. $\forall\, U_y^+(-4)\ \exists V_x^+(2)$ tale che $\forall x \in V_x^+(2) \ \Rightarrow\ f(x) \in U_y^-(-4)$

40. $\forall\, U_y^-(1)\ \exists V_x(+\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(+\infty) \ \Rightarrow\ f(x) \in\ U_y^-(1)$

41. $\forall\, U_y(-\infty)\ \exists V_x^-(-3)$ tale che $\forall x \in V_x^-(-3) \ \Rightarrow\ f(x) \in U_y(+\infty)$

42. $\forall\, U_y^+(6)\ \exists V_x(-\infty)$ tale che $\forall x \in V_x(-\infty) \ \Rightarrow\ f(x) \in\ U_y^+(6)$

43. $\forall\, U_y(-\infty)\ \exists V_x^+(5)$ tale che $\forall x \in V_x^+(5) \ \Rightarrow\ f(x) \in U_y(-\infty)$

Rappresenta uno dei possibili grafici delle funzioni che hanno i seguenti limiti:

44. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -2$; $\lim_{x\to-1^-} f(x) = 1$; $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -2$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

45. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to-1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1^-$

46. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0^+$; $\lim_{x\to2^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to2^+} f(x) = 3^-$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

47. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to-1} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to2^-} f(x) = 0$; $\lim_{x\to3^+} f(x) = 3^-$; $\lim_{x\to5^-} f(x) = -\infty$;

48. $\lim_{x\to0^+} f(x) = 1$; $\lim_{x\to1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to1^+} f(x) = 2$; $\lim_{x\to2} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$;

49. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -2^+$; $\lim_{x\to-1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to3} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -2^+$;

LIVELLO AVANZATO

Utilizzando la seguente definizione di $lim_{x\to x_0} f(x) = l$:

$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists V_x(x_0)$ *tale che* $\forall x \in V_x(x_0)$ *escluso al più* $x_0 \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$

verifica i seguenti limiti:

50. $\lim\limits_{x\to2}(x-3) = -1$

51. $\lim_{x \to -1} (3x + 1) = -2$

52. $\lim_{x \to 0} x^3 = 0$

53. $\lim_{x \to 0} (4x - 3) = -3$

54. $\lim_{x \to 2} (x^2 + x) = -2$

Utilizzando la seguente definizione di $lim_{x \to \pm\infty} f(x) = l$*:+*

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists V_x(\pm\infty)$ *tale che* $\forall x \in V_x(\pm\infty) \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$

verifica i seguenti limiti:

55. $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$

56. $\lim_{x \to -\infty} \frac{x - 1}{x} = 1$

57. $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 - 1}{x^2} = 3$

58. $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 + 1}{x^3} = 1$

59. $\lim_{x \to +\infty} \frac{1 - 2x}{x} = -2$

Utilizzando la seguente definizione di $lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$*:*

$\forall M > 0 \; \exists V_x(x_0)$ *tale che* $\forall x \in V_x(x_0)$ *escluso al più* $x_0 \Rightarrow |f(x)| > M$

verifica i seguenti limiti:

60. $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$

61. $\lim_{x \to 1} \frac{1}{x - 1} = \infty$

62. $\lim_{x \to -1} \frac{2}{x + 1} = \infty$

63. $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = \infty$

64. $\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x - 2} = +\infty$

Utilizzando la seguente definizione di $lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$:

$\forall\, M > 0\ \exists V_x(\pm\infty)$ *tale che* $\forall x \in V_x(\pm\infty) \Rightarrow |f(x)| > M$

verifica i seguenti limiti:

65. $\lim_{x\to-\infty}(2x-3) = -\infty$

66. $\lim_{x\to+\infty}(-x-3) = -\infty$

67. $\lim_{x\to-\infty} -x^3 = +\infty$

68. $\lim_{x\to-\infty}(-x^2-2) = -\infty$

69. $\lim_{x\to+\infty}(x^5-1) = +\infty$

Verifica i seguenti limiti:

70. $\lim_{x\to-\infty}(-4x-3) = +\infty$

71. $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^3+3} = 0$

72. $\lim_{x\to1}(x^3-1) = 0$

73. $\lim_{x\to2^-}\frac{3}{x-2} = -\infty$

IL CALCOLO DEI LIMITI

LIVELLO BASE

Applicando le proprietà della somma, del prodotto, del quoziente ecc. calcola i seguenti limiti:

74. $\lim_{x\to0}(x^2-1) =$ $[-1]$ $\qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{5}{x} =$ $[0]$

75. $\lim_{x\to2} 2\sqrt{3} =$ $[2\sqrt{3}]$ $\qquad \lim_{x\to0} e^x =$ $[1]$

76. $\lim_{x\to-2}(3x^2-x-2) =$ $[12]$ $\qquad \lim_{x\to0}\frac{1}{e^x} =$ $[1]$

77. $\lim_{x\to+\infty}(x^2+x) =$ $[+\infty]$ $\qquad \lim_{x\to-1}(x^4-x^3-2) =$ $[0]$

78. $\lim_{x\to-\infty}(3x^2-x-5)=$ $[+\infty]$ $\quad$ $\lim_{x\to-2} e^{\frac{2}{x}}=$ $[e^{-1}]$

79. $\lim_{x\to-2}\sqrt{-(x-2)}=$ $[2]$ $\quad$ $\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{x-4}=$ $\left[-\frac{1}{6}\right]$

80. $\lim_{x\to3}\frac{2}{3x-1}=$ $\left[\frac{1}{4}\right]$ $\quad$ $\lim_{x\to-4}\frac{2}{(x+4)^2}=$ $[+\infty]$

81. $\lim_{x\to1^-}\frac{2x-3}{x-1}=$ $[+\infty]$ $\quad$ $\lim_{x\to0}\frac{x^2-3x-4}{x^2}=$ $[-\infty]$

82. $\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{(x+1)^2}=$ $[0]$ $\quad$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{3}{(x-9)^2}=$ $[0]$

83. $\lim_{x\to-4}\frac{x}{\sqrt{-x}+x}=$ $[2]$ $\quad$ $\lim_{x\to-4}\frac{2x-x^2}{x+3}=$ $[24]$

84. $\lim_{x\to2}\frac{x+2}{x^2-4x+4}=$ $[+\infty]$ $\quad$ $\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^4}\right)=$ $[+\infty]$

85. $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^4}\right)=$ $[0]$ $\quad$ $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^3}+\frac{2}{x^5}\right)=$ $[0]$

86. $\lim_{x\to1}\frac{x^2+x+2}{x^2-2x+2}=$ $[4]$ $\quad$ $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{2-x}}{x+2}=$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

87. $\lim_{x\to e}\frac{1}{lnx}=$ $[1]$ $\quad$ $\lim_{x\to3}\frac{9}{x}-2=$ $[1]$

88. $\lim_{x\to1}\frac{3^x-1}{x^2-2x+3}=$ $[1]$ $\quad$ $\lim_{x\to2}\frac{2^{2x}-2^x-2}{x^2-x+2}=$ $\left[\frac{5}{2}\right]$

89. $\lim_{x\to3}\frac{3}{\log_3 x}=$ $[3]$ $\quad$ $\lim_{x\to1}\frac{3^x}{\log_2(x+1)}=$ $[3]$

90. $\lim_{x\to0}\frac{e^x+3}{\ln(x+1)}=$ $[\infty]$ $\quad$ $\lim_{x\to0}\frac{1}{2^x-1}=$ $[\infty]$

91. $\lim_{x\to1}\frac{x^3+2}{2^x+3}=$ $\left[\frac{3}{5}\right]$ $\quad$ $\lim_{x\to-2}\sqrt[3]{x^2+3x}=$ $[\sqrt[3]{-2}]$

92. $\lim_{x\to1^+}\sqrt{\frac{x^2+x}{x^2-2x+1}}=$ $[+\infty]$ $\quad$ $\lim_{x\to2}\frac{x+2}{x^2-\sqrt{2x}-5}=$ $\left[-\frac{4}{3}\right]$

93. $\lim_{x\to0^-}\frac{-6}{x^2-2x}=$ $[-\infty]$ $\quad$ $\lim_{x\to-\infty}-\frac{2}{x^2-2x+2}=$ $[0]$

LIVELLO INTERMEDIO

FORME INDETERMINATE

Calcola i seguenti limiti che presentano la forma indeterminata $[+\infty-\infty]$

94. $\lim_{x\to-\infty}(3x^2+x-5)=$ $[+\infty]$ $\lim_{x\to+\infty}(5x^3-x^2-2x+1)=$ $[+\infty]$

95. $\lim_{x\to+\infty}(x^2-x^4-1)=$ $[-\infty]$ $\lim_{x\to-\infty}(x^4+4x-2)=$ $[+\infty]$

96. $\lim_{x\to-\infty}\left(-\frac{2}{3}x^2-3x+6\right)=$ $[-\infty]$ $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{3}x^5-x+4\right)=$ $[-\infty]$

97. $\lim_{x\to+\infty}x(-x^2+x)=$ $[-\infty]$ $\lim_{x\to-\infty}(3x^6+x+1)=$ $[+\infty]$

98. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}\right)=$ $[0]$ $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+3}-\sqrt{x^2-5}\right)=$ $[0]$

99. $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2+3}\right)=$ $[0]$ $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=$ $[0]$

100. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-2x\right)=$ $[-\infty]$ $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+2}+x\right)=$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

101. $\lim_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)=$ $[0]$ $\lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4x}\right)=$ $[-2]$

102. $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{1-3x}}{x}=$ $[0]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}}=$ $[-\infty]$

Calcola i seguenti limiti che presentano la forma indeterminata $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

103. $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x+1}=$ $[2]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x^3+2x+1}=$ $[0]$

104. $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-3x+2}{x+9}=$ $[+\infty]$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^4-3x^2-5}{x^3+1}=$ $[-\infty]$

105. $\lim_{x\to+\infty}\frac{5x^4+2}{-2x^4-x-1}=$ $\left[-\frac{5}{2}\right]$ $\lim_{x\to+\infty}-\frac{x^2+4x+2}{x^5+1}=$ $[0]$

106. $\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-x-8}{3x^2-3x}=$ $\left[\frac{4}{3}\right]$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2-1}{x^3+8}=$ $[0^-]$

107. $\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x+3)^2}{x+3}=$ $[+\infty]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{(3x-1)^2}{(x+1)^2}=$ $[9]$

108. $\lim_{x\to-\infty}\frac{(x^3-1)^2}{(x^2+1)^3}=$ $[1]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{(3x^2-x+1)^3}{(2x^3+3)^2}=$ $\left[\frac{27}{4}\right]$

109. $\lim_{x\to-\infty}\frac{(2x-1)^2}{(x+1)^4}=$ $[0^+]$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{(3x-1)^3}{(x+1)^2}=$ $[-\infty]$

110. $\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2x^2}{x^3(x+1)^2}=$ $[0]$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^5-3x^4+4}{2x^3(x+1)^2}=$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

111. $\lim_{x\to-\infty}\frac{2-x^3-2x^2}{(x^2-3x)(x-4)}=$ $[-1]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x(x^3+3x-1)^3}{(x+1)^3(x^2-1)}=$ $[+\infty]$

112. $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{-x}-1}{2x^3}=$ $[0]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x+6}}{x^2+x-1}=$ $[0]$

113. $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-x-9}}{x-5}=$ $[1]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x^2-2}}{3x+1}=$ $\left[\frac{\sqrt{2}}{3}\right]$

114. $\lim_{x\to+\infty}\frac{2\sqrt{x}}{x-8}=$ $[0]$ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{\sqrt{-x}+4}=$ $[-\infty]$

115. $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{\frac{9x}{x+1}}=$ $[3]$ $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{2x^2-3}{x+1}}=$ $[+\infty]$

116. $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x}{x^4+1}}=$ $[0^+]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2+1}}=$ $[1]$

117. $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2-3}}{\sqrt[3]{x}}=$ $[-\infty]$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3-2x}}{\sqrt{x^2+3}}=$ $[1]$

118. $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[5]{x^5-3x^4+4}}{\sqrt[3]{x^2-2}}=$ $[-\infty]$ $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{\frac{5x^3-6}{2x^3+x}}=$ $\left[\sqrt[3]{\frac{5}{3}}\right]$

Calcola i seguenti limiti che presentano la forma indeterminata $\left[\frac{0}{0}\right]$

119. $\lim_{x\to2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}=$ $\left[\frac{1}{4}\right]$ $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x^2-2x}=$ $[2]$

120. $\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{4x^2-4}=$ $\left[\frac{3}{8}\right]$ $\lim_{x\to-1}\frac{x^3+x}{3x^2-3x}=$ $\left[-\frac{1}{3}\right]$

121. $\lim_{x\to3}\frac{x^2-3x}{x^2-9}=$ $\left[\frac{1}{2}\right]$ $\lim_{x\to2}\frac{2-x}{x^3-4x}=$ $\left[-\frac{1}{8}\right]$

122. $\lim_{x\to3}\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}=$ $\left[\frac{5}{4}\right]$ $\lim_{x\to1}\frac{1+2x^2-3x^3}{x^2-x}=$ $[-5]$

123. $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x-1}{8x^3-1}=$ $\left[\frac{1}{3}\right]$ $\lim_{x\to1}\frac{x^4-1}{x^3-1}=$ $\left[\frac{4}{3}\right]$

124. $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-x-2}{x^2-2x-3} =$ $\left[\frac{3}{4}\right]$ $\lim_{x\to \frac{2}{3}} \frac{9x^2-12x+4}{3x^2-x-2} =$ $[0]$

125. $\lim_{x\to 1} \frac{x^6-x^7}{x^4-x^5} =$ $[1]$ $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^3-8} =$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

126. $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} =$ $[2]$ $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2}-x}{x^2-2} =$ $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right]$

127. $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} =$ $[12\sqrt{3}]$ $\lim_{x\to 1} \frac{x-2\sqrt{x}+1}{x-1} =$ $[0]$

128. $\lim_{x\to 27} \frac{x-27}{\sqrt[3]{x}-3} =$ $[27]$ $\lim_{x\to \sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt[3]{2}-x}{2-x^3} =$ $\left[\frac{\sqrt[3]{2}}{6}\right]$

129. $\lim_{x\to 0} \frac{x^3-3x^2+x}{x^2-x} =$ $[-1]$ $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-2x^2+2x-4}{x^3+2x^2-8x} =$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

130. $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-3x}{x^4-81} =$ $\left[\frac{1}{36}\right]$ $\lim_{x\to 1} \frac{3x^2-8x+5}{x^3-x^2+x-1} =$ $[-1]$

131. $\lim_{x\to 1} \frac{x^4-5x+4}{x^2-2x+1} =$ $[\mp\infty]$ $\lim_{x\to -1} \frac{2x^2+3x+1}{x^2-1} =$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

132. $\lim_{x\to 1} \frac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2} =$ $\left[\frac{3}{5}\right]$ $\lim_{x\to \frac{1}{2}} \frac{1-4x+4x^2}{9x-5+2x^2} =$ $[0]$

133. $\lim_{x\to 0} \frac{x^6+x^4-4x^2}{x^4+2x^3+3x^2} =$ $\left[-\frac{4}{3}\right]$ $\lim_{x\to -2} \frac{x^4+2x^3-8x-16}{x^2-4} =$ $[4]$

134. $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+2x+1}{x^4+2x^3-2x^2-1} =$ $[0]$ $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-6x-7}{x^3-3x^2-9x-5} =$ $[\pm\infty]$

Calcola i seguenti limiti che presentano la forma indeterminata $[0\cdot\infty]$

135. $\lim_{x\to 0} \left(2-\frac{1}{x}\right)\cdot(x^2-3x) =$ $[3]$ $\lim_{x\to 0}(-5x+x^3)\cdot\frac{1}{x} =$ $[-5]$

LIMITI DI FUNZIONI TRASCENDENTI

Calcola i seguenti limiti delle seguenti funzioni esponenziali:

136. $\lim_{x\to 0^-} 2^{\frac{1}{x}} =$ $[0]$ $\lim_{x\to +\infty} 2^{\frac{1}{x}} =$ $[1]$

137. $\lim_{x\to 3^-} 2^{\frac{1}{3-x}} =$ $[+\infty]$ $\lim_{x\to 3^+} 2^{\frac{1}{3-x}} =$ $[0]$

138. $\lim_{x\to 3^-} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3-x}} =$ $[0]$ $\lim_{x\to 3^+} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3-x}} =$ $[+\infty]$

139. $\lim_{x\to -\infty} e^{\frac{2x}{x+1}} =$ $[e^2]$ $\lim_{x\to -\infty} 3^{\frac{x^2-3x+2}{x+9}} =$ $[0]$

140. $\lim_{x\to 2} 2^{\frac{x^2-4}{x^2-2x}} =$ $[4]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} e^{\frac{2x^2-5}{x+3}} =$ $[+\infty]$

141. $\lim_{x\to +\infty} 5^{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}} =$ $[1]$ $\qquad \lim_{x\to -\infty} 7^{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2+3}} =$ $[1]$

142. $\lim_{x\to -\infty} 3^{\frac{x^2-2x}{2-x^2}} =$ $\left[\frac{1}{3}\right]$ $\qquad \lim_{x\to 2^-} e^{\frac{2}{2-x}} =$ $[+\infty]$

143. $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2x^4}{x+1}} =$ $[+\infty]$ $\qquad \lim_{x\to -\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x+1}} =$ $[1]$

144. $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{2x^4}{x+1}} =$ $[0]$ $\qquad \lim_{x\to \frac{1}{2}} e^{\frac{4x^2-1}{2x-1}} =$ $[e^2]$

145. $\lim_{x\to 1^-} e^{\frac{x}{x^2-1}} =$ $[0]$ $\qquad \lim_{x\to 1^+} 2^{\frac{x}{x^2-1}} =$ $[+\infty]$

146. $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}-x} =$ $[0]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x^2}-1} =$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

147. $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x}-x^2} =$ $[0]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{x}-x} =$ $[+\infty]$

148. $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{x^2}-1} =$ $\left[\frac{4}{3}\right]$ $\qquad \lim_{x\to -\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{x}-x^2} =$ $[+\infty]$

149. $\lim_{x\to 0^-} \frac{2^{\frac{1}{x}}+2}{2^{\frac{1}{x}}-2} =$ $[-1]$ $\qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{5^{2-x}}{2^{x-5}} =$ $[+\infty]$

Calcola i seguenti limiti delle seguenti funzioni logaritmiche:

150. $\lim_{x\to 2^+} log_3(x-2) =$ $[-\infty]$ $\qquad \lim_{x\to 2^+} ln\left(\frac{1}{x-2}\right) =$ $[+\infty]$

151. $\lim_{x\to +\infty} log\left(\frac{x-3}{x+5}\right) =$ $[0]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} log_2\left(\frac{x^2-x+2}{x^3+5}\right) =$ $[-\infty]$

152. $\lim_{x\to -\infty} ln\left(\frac{x^4-3x^2+1}{x^2}\right) =$ $[+\infty]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} log\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}\right) =$ $[\nexists]$

153. $\lim_{x\to -3} ln(x+3)^2 =$ $[-\infty]$ $\qquad \lim_{x\to 3^+} ln^2(x-3) =$ $[+\infty]$

154. $\lim_{x\to 2} ln(x-2)^2 =$ $[-\infty]$ $\qquad \lim_{x\to -2^-} ln^2(-x-2)^2 =$ $[+\infty]$

155. $\lim_{x\to 4} log_{\frac{1}{2}} \frac{2-\sqrt{x}}{4-x} =$ $[2]$ $\qquad \lim_{x\to 3} log_{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3} =$ $[-1]$

156. $\lim_{x\to +\infty} \frac{lnx^3-1}{lnx} =$ $[3]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{lnx^3-1}{ln3x} =$ $[3]$

157. $\lim_{x\to +\infty} \frac{ln(x-1)}{lnx} =$ $[1]$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{ln(2x-5)}{ln(3x+4)} =$ $[1]$

158. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{lnx^2+1}{ln(x^3)} =$ $\left[\dfrac{2}{3}\right]$ $\qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{ln(x^4-3)}{ln(x^5+2)} =$ $\left[\dfrac{4}{5}\right]$

159. $\lim\limits_{x\to2^+} log_{\frac{1}{2}}(x-2) =$ $[+\infty]$ $\qquad \lim\limits_{x\to2^+} log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{x-2}\right) =$ $[-\infty]$

LIVELLO AVANZATO

Calcola i seguenti limiti delle seguenti funzioni nella forma $\boldsymbol{f(x)^{g(x)}}$

160. $\lim\limits_{x\to0^+} x^{\frac{2}{lnx}} =$ $[e^2]$

161. $\lim\limits_{x\to0^+} \left(\dfrac{x}{3}\right)^{\frac{-5}{lnx}} =$ $\left[\dfrac{1}{e^5}\right]$

162. $\lim\limits_{x\to0^+} x^{-\frac{2}{lnx^3}} =$ $\left[\dfrac{1}{\sqrt[3]{e^2}}\right]$

163. $\lim\limits_{x\to0^+} (3x)^{\frac{1}{ln(3x)^2}} =$ $[\sqrt{e}]$

Calcola i seguenti limiti notevoli:

164. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\dfrac{1}{4x}\right)^x =$ $[\sqrt[4]{e}]$ $\qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\dfrac{1}{3x}\right)^x =$ $\left[\dfrac{1}{\sqrt[3]{e}}\right]$

165. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\dfrac{1}{3x}\right)^{2x} =$ $[\sqrt[3]{e^2}]$ $\qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^{8x} =$ $[e^{-4}]$

166. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x-3}{x}\right)^x =$ $[e^{-3}]$ $\qquad \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)^{3x^2} =$ $[e^{-3}]$

167. $\lim\limits_{x\to0} (1+x)^{\frac{2}{x}} =$ $[e^2]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} =$ $[e^2]$

168. $\lim\limits_{x\to0} (1+5x)^{\frac{3}{x}} =$ $[e^{15}]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} (1-5x)^{\frac{3}{x}} =$ $[e^{-15}]$

169. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{ln(1+2x)}{x} =$ $[2]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{ln(1-2x)}{x} =$ $[-2]$

170. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{ln(1+x^2)}{4x^2} =$ $\left[\dfrac{1}{4}\right]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{ln(1+x^2)}{x} =$ $[0]$

171. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{ln(3+x)-ln3}{x} =$ $\left[\dfrac{1}{3}\right]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} x\cdot ln\left(\dfrac{3+x}{x}\right)$ $[3]$

172. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-1}{2x} =$ $[1]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{-x}-1}{2x} =$ $\left[-\dfrac{1}{2}\right]$

173. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2\sqrt{x}}-1}{\sqrt{x}} =$ $[2]$ $\qquad \lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{\sqrt{9x}}-1}{\sqrt{x}} =$ $[3]$

174. $\lim_{x\to-\frac{3}{2}} \frac{e^{2x+3}-1}{2x+3} =$ [1] $\qquad \lim_{x\to0} \frac{e^{x^2}-1}{5x} =$ [0]

175. $\lim_{x\to0} \frac{(x+1)^5-1}{x} =$ [5] $\qquad \lim_{x\to0} \frac{(3x+1)^5-1}{x} =$ [15]

176. $\lim_{x\to0} \frac{(x^2+1)^3-1}{3x^2} =$ [1] $\qquad \lim_{x\to0} \frac{(x^2+1)^7-1}{x} =$ [0]

177. $\lim_{x\to0} \frac{sen2x}{2x} =$ [1] $\qquad \lim_{x\to0} \frac{sen3x}{x} =$ [3]

178. $\lim_{x\to0} \frac{sen(2x)^2}{2x^2} =$ [2] $\qquad \lim_{x\to0} 4 \cdot \frac{senx^2}{x^2} =$ [4]

179. $\lim_{x\to0} \frac{senx+x}{x} =$ [2] $\qquad \lim_{x\to0} \frac{sen5x+x}{x} =$ [6]

Stabilisci se le seguenti funzioni sono infinitesimi

180. $f(x) = x^2 - 4x + 4$ per $x \to 2$

181. $f(x) = \frac{1}{x-5}$ per $x \to +\infty$

182. $f(x) = \frac{1}{e^x-3}$ per $x \to +\infty$

183. $f(x) \frac{x}{\sqrt[3]{x^6-3}}$ per $x \to +\infty$

184. $f(x) = \frac{e^x-1}{2x}$ per $x \to 0$

185. $f(x) = \frac{x^2}{senx}$ per $x \to +\infty$

Stabilisci qual è l'infinitesimo di ordine superiore

186. $f(x) = \frac{1}{x^2-5}$ $\qquad g(x) = \frac{1}{x-5}$ per $x \to +\infty$

187. $f(x) = x^3 - 2x$ $\qquad g(x) = x^4 + x^2 - 1$ per $x \to 0$

188. $f(x) = \frac{x}{x^3+2}$ $\qquad g(x) = \frac{1}{x}$ per $x \to +\infty$

189. $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x^2+2}$ $\qquad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ per $x \to +\infty$

190. $f(x) = e^{3x} - 1$ $\qquad g(x) = x^2$ per $x \to 0$

191. $f(x) = x^2 - 1$ $\qquad g(x) = \sqrt{x+1}$ per $x \to -1^+$

192. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ $\quad g(x)=\frac{1}{2\sqrt[3]{x}}$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

193. $f(x)=x$ $\quad g(x)=x\cos\frac{1}{x}$ $\quad$ per $\quad x\to 0$

Stabilisci se le seguenti funzioni sono infiniti

194. $f(x)=\frac{x}{x+4}$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

195. $f(x)=\frac{x^3-1}{x-4}$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

196. $f(x)=e^{3x}+2$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

197. $f(x)=\ln(x-2)$ $\quad$ per $\quad x\to 2^+$

198. $f(x)=\frac{1}{e^x}$ $\quad$ per $\quad x\to-\infty$

Stabilisci qual è l'infinito di ordine maggiore

199. $f(x)=\sqrt{x^2+3}$ $\quad g(x)=2\sqrt[3]{x}$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

200. $f(x)=x^3-2x+1$ $\quad g(x)=x^2-4$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

201. $f(x)=\sqrt{x^2+2}$ $\quad g(x)=2x-1$ $\quad$ per $\quad x\to-\infty$

202. $f(x)=\frac{1}{x^3-1}$ $\quad g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ $\quad$ per $\quad x\to 1$

203. $f(x)=e^{x-2}+1$ $\quad g(x)=e^{\frac{x^2-2}{x}}$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

204. $f(x)=e^x$ $\quad g(x)=e^{x^2-2}$ $\quad$ per $\quad x\to+\infty$

Esercizi di riepilogo

205. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-1}{2x^2}=$ $\left[\frac{1}{2}\right]$ $\qquad \lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{2x}=$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

206. $\lim\limits_{x\to-\infty}2^{\frac{3x}{4}}=$ $[0]$ $\qquad \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-1}{2x}=$ $[-\infty]$

207. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{3x-\sqrt{x}}{2x^2}=$ $\left[\frac{5}{16}\right]$ $\qquad \lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\frac{5x^2+1}{6x^2-x-1}}=$ $\left[\sqrt{\frac{5}{6}}\right]$

208. $\lim\limits_{x\to+\infty}3^{\frac{x^2-1}{2x}}=$ $[+\infty]$ $\qquad \lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{9x}\right)^x=$ $\left[e^{\frac{1}{9}}\right]$

209. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^4-x^2-2}{x^3+2}=$ $[-\infty]$ $\qquad \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x^5-3}{2x^5+5}=$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

210. $\lim_{x\to 0} \frac{ln(x+1)^3}{x} =$ $[3]$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}-1}{3x} =$ $[+\infty]$

211. $\lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{2-3x}-\sqrt{1-3x}\right) =$ $[0]$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x-2}-\sqrt{x+4}} =$ $[-\infty]$

212. $\lim_{x\to+\infty} (-x^6+x^3-3x) =$ $[-\infty]$ $\qquad$ $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x+5}{1-x} =$ $[-3]$

213. $\lim_{x\to+\infty} ln\frac{1}{x+6} =$ $[-\infty]$ $\qquad$ $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} =$ $[6]$

214. $\lim_{x\to+\infty} \left(1+\frac{4}{x}\right)^x =$ $[e^4]$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} x^2e^x =$ $[+\infty]$

215. $\lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{lnx} =$ $[0]$ $\qquad$ $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} =$ $[8\sqrt{2}]$

216. $\lim_{x\to-3^-} \frac{x^2}{x+3} =$ $[-\infty]$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+4}}{5} =$ $[0]$

217. $\lim_{x\to 0} \frac{(x^3+1)^5-1}{5x^3} =$ $[1]$ $\qquad$ $\lim_{x\to\frac{1}{3}} \frac{9x^2-6x+1}{3x^2-x} =$ $[0]$

218. $\lim_{x\to 2^-} \frac{3x^2-5x-2}{x^2-x-2} =$ $\left[\frac{7}{3}\right]$ $\qquad$ $\lim_{x\to-2} \frac{x^3+8}{x^2-4} =$ $[-3]$

219. $\lim_{x\to 0} \frac{2e^{3x}-2}{x^2+x} =$ $[6]$ $\qquad$ $\lim_{x\to 0} \frac{sen5x}{2x} = =$ $\left[\frac{5}{2}\right]$

220. $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{\frac{x^2-7x}{4x^2}} =$ $\left[\frac{1}{2}\right]$ $\qquad$ $\lim_{x\to-2} \frac{\sqrt[3]{x^2-4}}{\sqrt[3]{x^3+8}} =$ $\left[-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right]$

221. $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-2x+1}{x^3-1} =$ $\left[\frac{1}{3}\right]$ $\qquad$ $\lim_{x\to-\infty} \frac{|x|-1}{x+1} =$ $[-1]$

222. $\lim_{x\to 0^+} \frac{x+3}{lnx} =$ $[0]$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{4x}{e^x} =$ $[0]$

223. $\lim_{x\to+\infty} \frac{5e^{3x}-2e^x+1}{4e^{3x}-1} =$ $\left[\frac{5}{4}\right]$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln^2 x - lnx+1}{\ln^3 x-1} =$ $[0]$

224. $\lim_{x\to 0^+} \frac{ln4x+2}{lnx} =$ $[1]$ $\qquad$ $\lim_{x\to 0} \frac{2lnx^4}{lnx^6} =$ $\left[\frac{4}{3}\right]$

225. Stabilisci per quale valore del parametro k la seguente funzione ha limite in $x=-1$

$$\begin{cases} kx-3 & se\ x\le -1 \\ kx^2+2x+1 & se\ x>-1 \end{cases}$$ $[k=-1]$

226. Stabilisci per quale valore del parametro k la seguente funzione ha limite in $x=2$

$$\begin{cases} \frac{kx-3}{2+x} & se\ x < 2 \\ k + ln(x-1) & se\ x \geq 2 \end{cases}$$

$\left[k = -\frac{3}{2}\right]$

227. Stabilisci per quale valore del parametro k è verificato il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{kx^3 - 2x + 1}{(k-2)x^3 - 1} = 3$$

$[k = 3]$

228. Stabilisci per quale valore del parametro k è verificato il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{3-k} - 2x + 1}{x^{-2+4k} - 1} = +\infty$$

$[k < 1]$

229. Stabilisci per quale valore del parametro k è verificato il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{2k-1} - 2x + 1}{x^{k+3} - 1} = 0$$

$[k < 4]$

230. Stabilisci per quale valore dei parametri h e k la seguente funzione $f(x)$ abbia

$lim_{x \to 2} f(x) = \mp\infty$ e $lim_{x \to +\infty} f(x) = 4$

$$f(x) = \frac{(h-3)x^2 + 8}{hx^2 + k}$$

$[h = -1, k = 4]$

231. Stabilisci per quale valore del parametro k il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^{2k^2-1} - 2x + 1}{x^{k+2} - 1} = +\infty$$

$\left[k < -1 \vee k > \frac{3}{2}\right]$

LA CONTINUITA'

LIVELLO BASE

Rappresenta le seguenti funzioni e verifica se sono continue nei punti indicati:

232. $f(x) = -3x + 4 \qquad x_0 = -2$

233. $f(x) = 2x - 5 \qquad x_0 = -1$

234. $f(x) = -x^2 + 4 \qquad x_0 = 0$

235. $f(x) = x^2 - 2x \qquad x_0 = 1$

236. $f(x) = \begin{cases} -x & se\ x < 0 \\ x^2 + 3x & se\ x \geq 0 \end{cases}$

237. $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & se\ x \leq 1 \\ 2x & se\ x > 1 \end{cases}$

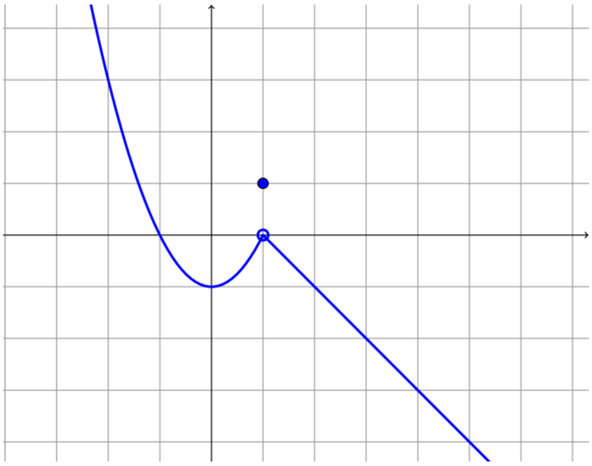
238. $f(x) = \begin{cases} lnx & se\ x < 1 \\ x^2 + x & se\ x \geq 1 \end{cases}$

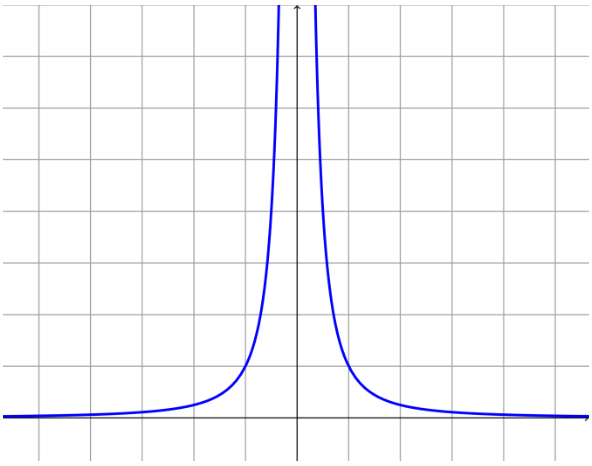
239. $f(x) = \begin{cases} e^x & se\ x < 0 \\ -x + 3 & se\ x \geq 0 \end{cases}$

240. $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{3}x & se\ x < 0 \\ x^2 + 4 & se\ x \geq 0 \end{cases}$

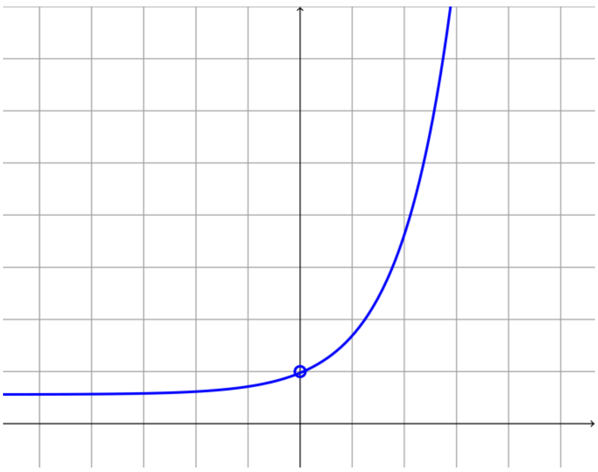
Quali dei seguenti grafici non rappresentano funzioni continue, giustifica la risposta:

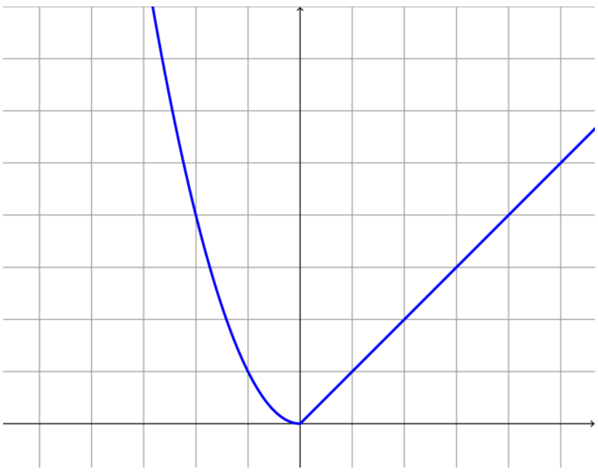
241.





242.





Determina l'insieme dei punti in cui le seguenti funzioni sono continue

243. $y = \dfrac{x^3 - 8}{x^2 - 9}$

244. $y = \dfrac{x^2 - 8}{x^2 - x}$

245. $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{x}$

246. $y = \sqrt{\dfrac{x-1}{x^2 - 2x - 3}}$

247. $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$

248. $y = ln(x^2 - 9)$

249. $y = ln\dfrac{x^2 - 3x}{x + 5}$

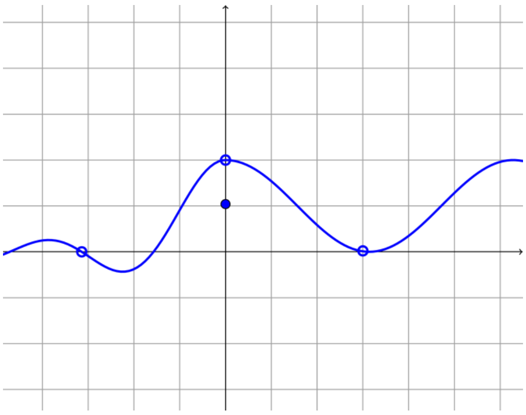
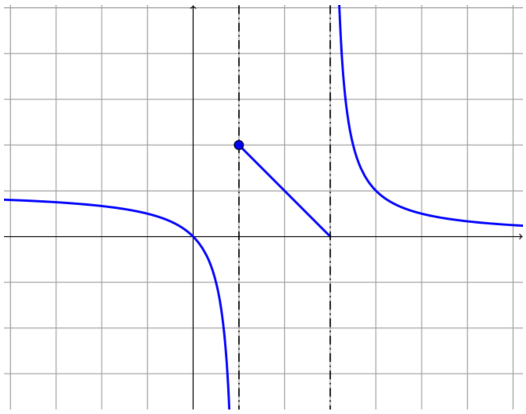
250. $y = \begin{cases} 3x - 1 & se\ x > 0 \\ 2 & se\ x = 0 \\ -2x & se\ x < 0 \end{cases}$

251. $y = \begin{cases} \dfrac{x}{x-2} & se\ x < 2 \\ \dfrac{-x+2}{\sqrt[2]{x-2}} & se\ x \geq 2 \end{cases}$

252. $y = \begin{cases} x^2 - 1 & se\ x > 1 \\ 2 & se\ x = 1 \\ x^3 - 1 & se\ x < 1 \end{cases}$

Classifica i punti di discontinuità delle funzioni rappresentate dai seguenti grafici:

253.

254.  

LIVELLO INTERMEDIO

Individua e classifica i punti di discontinuità delle seguenti funzioni:

255. $f(x) = \frac{3x-9}{x-3}$ $[x = 3: terza\ specie]$

256. $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$ $[x = -2: terza\ specie]$

257. $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ $[x = 2: terza\ specie; x = -2\ seconda\ specie]$

258. $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2+3x-4}$ $[x = 1: terza\ specie; x = -4\ seconda\ specie]$

259. $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x^2+3x+2}$ $[x = -2: terza\ specie; x = -1\ seconda\ specie]$

260. $f(x) = \frac{x-3}{3^{\frac{1}{x}}-2}$ $[x = 0: seconda\ specie]$

261. $f(x) = \begin{cases} 1-3^x & se\ x < 0 \\ 2^x - 4 & se\ x \geq 0 \end{cases}$ $[x = 0: prima\ specie]$

262. $f(x) = 2^{-\frac{2}{x}}$ $[x = 0: seconda\ specie]$

263. $f(x) = \frac{x^2-5x+4}{x^2-1}$ $[x = 1\ \ terza\ specie; x = -1\ seconda\ specie]$

264. $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & se\ x < 0 \\ x^2 - 1 & se\ 0 < x < 1 \\ lnx & se\ x \geq 1 \end{cases}$ $[x = 0: prima\ specie]$

265. $f(x) = \begin{cases} x-3 & se\ x \geq 1 \\ x+3 & se\ x < 1 \end{cases}$ $[x = 1: prima\ specie]$

266. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & se\ x \geq 1 \\ 2^{\frac{1}{x-1}} & se\ x < 1 \end{cases}$ $[funzione\ continua\ ]$

267. $f(x) = ln|x| + 3$ $[x = 0\ \ seconda\ specie]$

268. $f(x) = \frac{x^3-1}{x^4-1}$ $[x = -1: seconda\ specie; x = 1: terza\ specie]$

269. $f(x) = \frac{x^4-4x}{x^2-16}$ $[x = -4: seconda\ specie; x = 4: seconda\ specie]$

270. $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}} - \frac{2}{e}$ $[x = 0: terza\ specie]$

271. $f(x) = \frac{2x+1}{e^{\frac{x+1}{x-3}}-1}$ $[x = 3: prima\ specie; x = -1: seconda\ specie]$

272. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 3 & se\ x \geq 1 \\ \frac{x+3}{x} & se\ 0 < x < 1 \\ -e^x & se\ x \leq 0 \end{cases}$ $[x = 0: seconda\ specie; x = 1: prima\ specie]$

273. $f(x) = \frac{|x^2-1|}{x^3-x^2}$ $[x = 0: seconda\ specie; x = 1: prima\ specie]$

274. $f(x) = \frac{|x-3|}{x^3-27}$ $[x = 3: prima\ specie]$

275. $f(x) = \frac{|x-1|}{\sqrt{x}-1}$ $[x = 1: prima\ specie]$

276. $f(x) = log\frac{|x-2|}{x^2+4}$ $[x = 2: seconda\ specie]$

277. $f(x) = \frac{|x|}{x} \cdot e^{\frac{3}{x+5}}$ $[x = 0: prima\ specie; x = -5: seconda\ specie]$

278. $f(x) = \frac{|x^3-8|}{x^3-3x^2+2x}$ $[x = 0: seconda\ specie; x = 2: terza\ specie;\ x = 1: seconda\ specie]$

LIVELLO AVANZATO

Determinare per quali valori dei parametri la funzione risulta continua in tutto il suo dominio:

279. $y = \begin{cases} kx^2 - 1 & se\ x > 1 \\ h - 2 & se\ x = 1 \\ x^3 - 1 & se\ x < 1 \end{cases}$ $[h = 2, k = 1\ ]$

280. $y = \begin{cases} x^2 - k & se\ x \leq 3 \\ 2x + k & se\ x > 3 \end{cases}$ $\left[k = \frac{3}{2}\right]$

281. $y = \begin{cases} kx^2 - 4 & se\ x \geq 2 \\ kx + 4 & se\ x < 2 \end{cases}$ $[k = 4\ ]$

282. $y = \begin{cases} \frac{x^2+3}{x+1} & se\ x \geq 0 \\ x + 3k & se\ x < 0 \end{cases}$ $[k = 1\ ]$

283. $y = \begin{cases} \frac{kx^2-1}{x} & se\ x > 1 \\ 3 & se\ x = 1 \\ hx - 2 & se\ x < 1 \end{cases}$ $[h = 5, k = 4\ ]$

Stabilisci se le seguenti funzioni hanno punti di discontinuità e stabilisci se è possibile modificare le definizione per renderle continue:

284. $f(x) = \frac{|x-2|}{x^2-4}$ $[non\ si\ può\ rendere\ continua]$

285. $f(x) = \frac{2x-5}{x-4}$ $[non\ si\ può\ rendere\ continua]$

286. $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ $\left[f(4) = \frac{1}{4}\right]$

ASINTOTI E GRAFICO PROBABILE DI UNA FUNZIONE

LIVELLO BASE

Determina tutti gli asintoti delle seguenti funzioni:

287. $y = \dfrac{x}{x-2}$

288. $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$

289. $y = \dfrac{x^2}{x+4}$

290. $y = \dfrac{x}{x^2-2x}$

291. $y = \dfrac{x^2-9}{x^2-3x}$

292. $y = \dfrac{x}{x^3-8}$

293. $y = \dfrac{x^3}{x^2-2x+1}$

294. $y = 3x - 1 + \dfrac{1}{x-2}$

295. $y = \dfrac{x^3-8}{x^3+8}$

296. $y = \dfrac{x^3-1}{x^2}$

297. $y = x - 3 + \dfrac{1}{x-2}$

298. $y = \dfrac{3x^4}{4x^4-1}$

LIVELLO INTERMEDIO

Determina tutti gli asintoti delle seguenti funzioni:

299. $y = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+2}$

300. $y=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

301. $y=\sqrt{x^2+1}-2x$

302. $y=\dfrac{x\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}}{2}$

303. $y=2x+1-\sqrt{x^2-1}$

304. $y=\sqrt[3]{x^3-2x}$

305. $y=\sqrt[3]{x^3-3x^2-4}$

306. $y=\dfrac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2-9}$

307. $y=\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x^2+2}}$

308. $y=xe^{\frac{1}{x}}$

309. $y=\dfrac{x(e^x+2)}{e^x-1}$

310. $y=\dfrac{xe^x+2}{e^x-1}$

311. $y=\dfrac{1}{lnx-1}$

312. $y=ln\left(\dfrac{x-2}{x^2-9}\right)$

313. $y=\dfrac{e^x}{x^2-1}$

314. $y=5x-\dfrac{lnx}{x}$

315. $y=\dfrac{x}{lnx}$

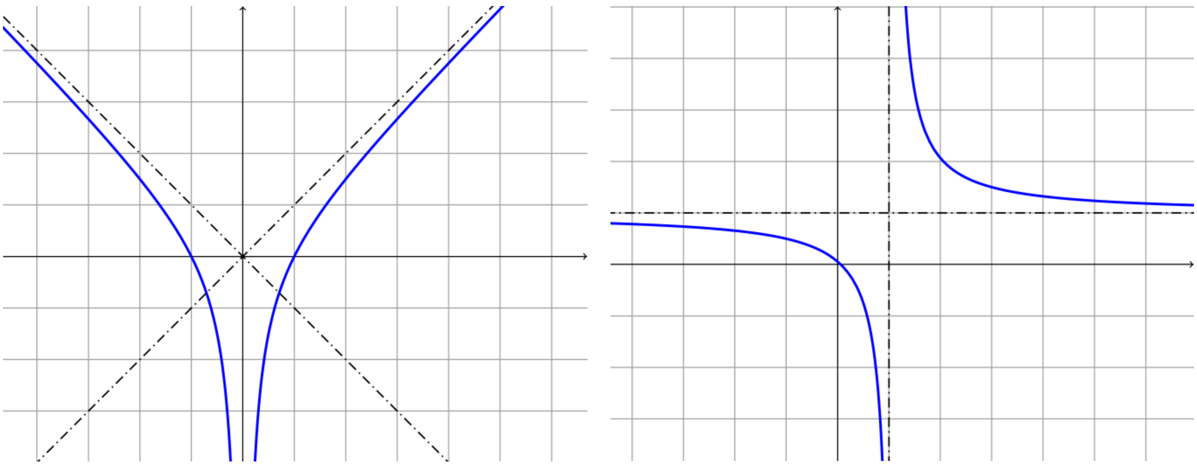
316. $y=\dfrac{lnx-1}{3-lnx}$

317. $y=ln\left(\dfrac{2-x}{x-5}\right)$

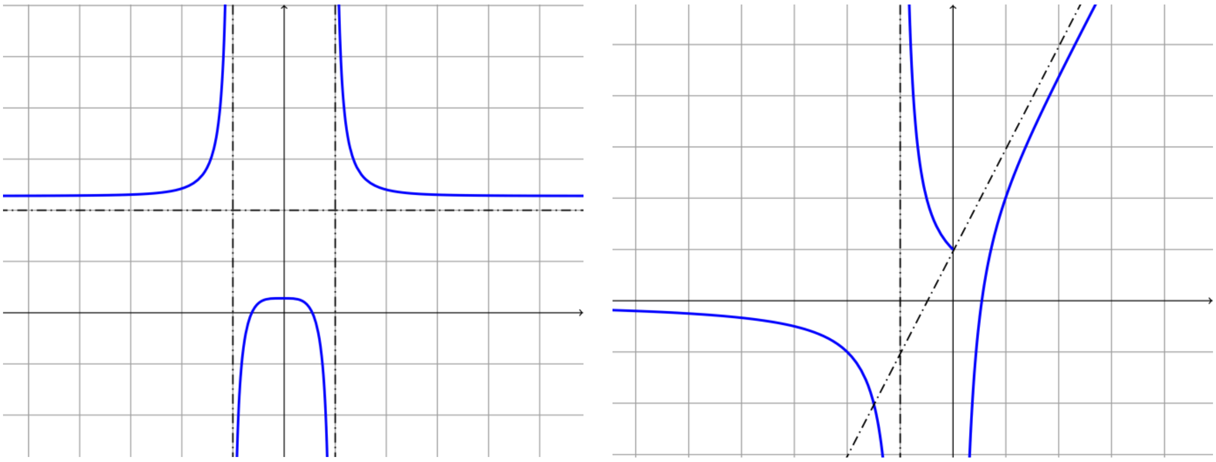
318. $y=\dfrac{|x^2-1|}{x}$

Determina le equazioni degli asintoti delle funzioni rappresentate dai grafici seguenti:

319.



320.



Dopo aver determinato dominio, eventuali simmetrie, intersezioni con assi cartesiani, segno, limiti agli estremi del dominio, asintoti e i tipi di discontinuità rappresenta il grafico probbile delle seguenti funzioni:

321. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$

322. $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

323. $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 9}$

324. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$

325. $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x^2 - 4x}$

326. $f(x) = \dfrac{x - 2}{x^2 - 3x - 4}$

327. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x+3}$

328. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x^2-5x}}$

329. $f(x) = e^{\frac{x+1}{x^2-5x-6}}$

330. $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x-1}$

331. $f(x) = ln\left(\dfrac{x}{x-4}\right)$

332. $f(x) = \dfrac{lnx-1}{lnx}$

LIVELLO AVANZATO

333. Stabilisci per quale valore del parametro k la funzione $f(x) = \frac{x^3-1}{x-2k}$ ammette asintoto $x = 3$. $\left[k = \frac{3}{2}\right]$

334. Stabilisci per quale valore del parametro k la funzione $f(x) = \frac{kx^3-1}{(1-k)x^3-5}$ ammette asintoto $y = 1$. $\left[k = \frac{1}{2}\right]$

335. Stabilisci per quale valore del parametro k la funzione $f(x) = \frac{kx^3-1}{x^2-5}$ ammette asintoto $y = x$. $[k = 1]$

336. Stabilisci per quale valore dei parametri h e k la funzione $f(x) = \frac{kx^2-1}{x-2h}$ ammette asintoto $y = 3x+2$. $\left[h = \frac{1}{3}, k = 3\right]$

337. Stabilisci per quale valore dei parametri a, b e c la funzione $f(x) = \frac{ax^2+1}{x^2+bx+c}$ ammette come asintoti le rette $y = 2$ e $x = -2$. $[a = 2, b = 4, c = 4]$

338. Stabilisci per quale valore dei parametri h e k la funzione $f(x) = \frac{kx^2-1}{x-2h}$ ammette asintoto $y = 2x+3$. $\left[h = \frac{3}{4}, k = 2\right]$

339. Stabilisci per quale valore dei parametri a, b e c la funzione $f(x) = \frac{ax^2+1}{x^2+bx+c}$ ammette gli stessi asintoti della funzione $y = ln\frac{x}{x+1}$.

TEOREMI SUI LIMITI E SULLE FUNZIONI CONTINUE

LIVELLO BASE

Teorema della permanenza del segno:

340. Sapendo che $lim_{x \to 1}(x^2 - 4) = -3$ determina almeno un intorno di 1 dove la funzione $y = (x^2 - 4)$ è negativa.

341. Sapendo che $lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 9}{x - 3} = 15$ determina almeno un intorno di 3 dove la funzione $y = \frac{x^3 - 2x^2 - 9}{x - 3}$ è positiva.

342. Sapendo che $lim_{x \to -\infty} \frac{e^x + 1}{1 - e^x} = 1$ determina almeno un intorno di $-\infty$ dove la funzione $y = \frac{e^x + 1}{1 - e^x}$ è positiva.

343. Sapendo che $lim_{x \to 1^+} ln(x - 1) = -\infty$ determina almeno un intorno destro di 1 dove la funzione $y = ln(x - 1)$ è negativa.

Verifica se per le seguenti funzioni $f(x)$ e $g(x)$ è valido il teorema del confronto nel punto indicato e in caso affermativo applicalo alla funzione $h(x)$

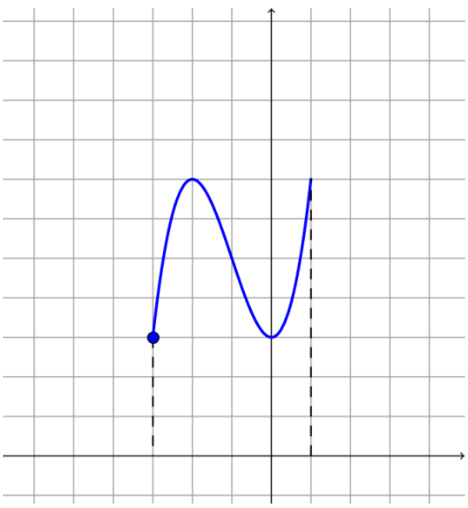
344. $f(x) = x^2 - 2x - 2 \quad g(x) = 3x - 8 \quad h(x) = x^2 - 4x + 4$ in $x = 3$

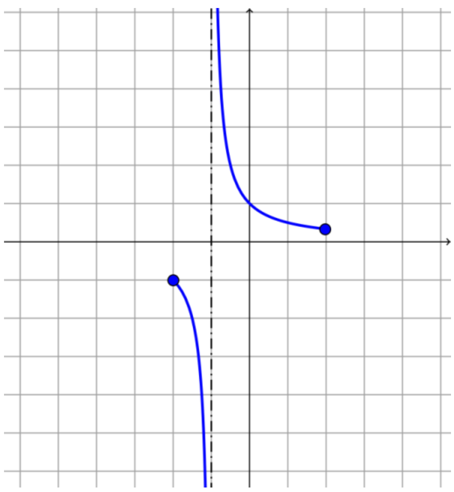
345. $f(x) = x^2 + 2 \quad g(x) = -x^2 + 2 \quad h(x) = 3x^2 + 2x + 2$ in $x = 0$

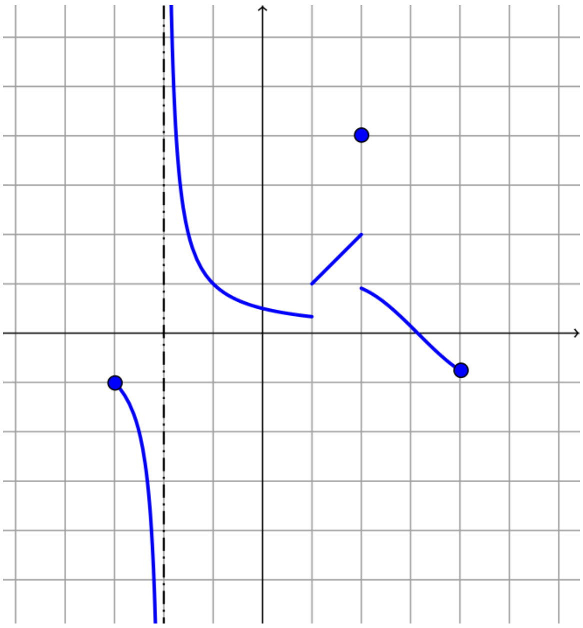
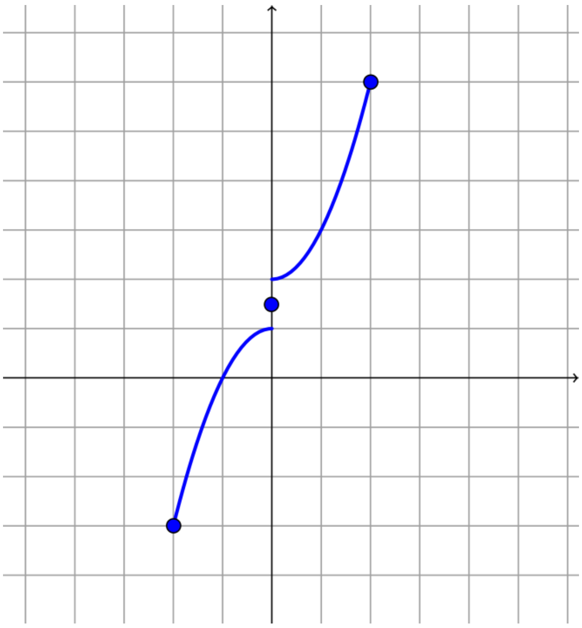
346. $f(x) = x^2 - 4x + 4 \quad g(x) = 3(x - 2)^2 \quad h(x) = -x^2 + 4x - 4$ in $x = 2$

Possiamo applicare alle funzioni rappresentate nei seguenti grafici il teorema degli zeri e il teorema di Weierstrass:

347.





348.  

LIVELLO INTERMEDIO

Stabilisce se per le seguenti funzioni esiste almeno un punto tale che $f(x) = 0$ *applicando, dove possibile, il teorema degli zeri nell'intervallo indicato:*

349. $f(x) = x^2 - 2x + 1$ $[0,3]$

350. $f(x) = x^3 - x + 1$ $[0,2]$

351. $f(x) = x^4 + x - 2$ $[-2,2]$

352. $f(x) = lnx + x$ $[0,1]$

353. $f(x) = -x^4 + x^2$ $[2,4]$

354. $f(x) = x^{2x} + x$ $[-2,0]$

355. $f(x) = lnx - x$ $[1,4]$

Stabilisce se per le seguenti funzioni è verificato, nell'intervallo indicato, il teorema di Weierstrass e, in caso affermativo determina il massimo e il minimo assoluto delle funzione:

356. $f(x) = x^2 - 9$ $[-1,0]$

357. $f(x) = x^3$ $[0,3]$

358. $f(x) = \frac{2}{x}$ $[1,4]$

359. $f(x) = \frac{1}{x-3}$ $[0,5]$

360. $f(x) = \ln(3 - x)$ $[-2,0]$

361. $f(x) = \frac{x^3}{x^4-x^2-2}$ $[0,2]$

LIVELLO AVANZATO

Traccia il grafico delle seguenti funzioni nell'intervallo indicato e stabilisci se assumono tutti i possibili valori compresi tra il minimo e il massimo assoluto e, in caso affermativo, verifica se era prevedibile in base al teorema dei valori intermedi:

362. $f(x) = x^2 - 4$ $[0,3]$

363. $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & se\ x < 0 \\ 2x - 1 & se\ x \geq 0 \end{cases}$ $[-3,3]$

364. $f(x) = \begin{cases} x^2 & se\ x < 0 \\ 2^x - 1 & se\ x \geq 0 \end{cases}$ $[-4,3]$

365. $f(x) = |x^2 - 4|$ $[-4,4]$

366. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}|1 - x|$ $[-3,-1]$