6. ESERCIZI

ELASTICITA' DI UNA FUNZIONE

LIVELLO BASE

1. Calcolare la funzione marginale nel continuo delle seguenti funzioni:

a) $y = 2x\ln x$ b) $y = e^{-3x^2}$ c) $y = \dfrac{3-x}{x+4}$

$$\left[y' = 2\ln x + 2;\ y' = -6xe^{-3x^2};\ y' = -\frac{7}{(x+4)^2}\right]$$

2. Calcolare l'elasticità puntuale delle seguenti funzioni e verificare che è costante.

a) $y = mx$ b) $y = \dfrac{k}{x}$ c) $y = a \cdot x^b$

$[1;\ -1; b]$

3. Calcolare l'elasticità puntuale delle seguenti funzioni:

a) $y = a \cdot \ln x$ b) $y = \sqrt{a+bx}$ c) $y = a \cdot e^{bx}$

$$\left[\frac{1}{\ln x};\ \frac{bx}{2(a+bx)};\ \ bx\right]$$

4. Date le seguenti funzioni, determinare per quali valori non negativi di x l'elasticità è positiva, nulla o negativa:

a) $y = 3x - 9$ b) $y = 10 - 2x$ c) $y = 8 - 2x^2$ d) $y = e^{-3x}$

LIVELLO INTERMEDIO

5. Data la seguente funzione del consumo y rispetto al reddito x: $y = 6 + 0.2x$, calcolare l'elasticità del consumo rispetto al reddito. Che cosa si può osservare?

FUNZIONE DELLA DOMANDA

LIVELLO BASE

6. Assegnata la funzione domanda $x = \frac{160-p}{4}$, calcolare:

a. il coefficiente di elasticità relativo all'arco di prezzi da € 100 a € 140;

b. il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 120$. $[1.\overline{6}; 3]$

7. Di una funzione domanda si sa che ha un modello lineare e si è rilevato che in corrispondenza di un prezzo $p = 20$ la domanda è 160, mentre in corrispondenza di un prezzo $p = 10$ la domanda è 200. Scrivere l'equazione della funzione domanda che soddisfa queste caratteristiche.

$[x = 240 - 4p]$

8. Sia $x = \frac{6}{p^3+3}$ con $p < 0$, la quantità domandata di un certo bene in funzione del prezzo. Scrivere la funzione di vendita.

9. Dopo aver rappresentato graficamente la funzione di equazione:

$$x = \frac{8-p}{0.1}$$

Determinare:

a. se tale funzione può interpretare una funzione di domanda;

b. il valore massimo ed il valore minimo che tale funzione può assumere;

c. la quantità domandata in corrispondenza dei prezzi 0.5 e 5.

$[sì; 80; 0; 75; 30]$

10. Determinare la legge della domanda di un bene espressa da una funzione lineare sapendo che se $p_1 = 20$ la domanda è $x_1 = 200$ e se $p_2 = 30$ la domanda è $x_2 = 150$. $[x = 5(60 - p)]$

11. Determinare la legge della domanda di un bene espressa da una funzione lineare sapendo che se il prezzo aumenta da 12 a 16 la domanda diminuisce da 240 a 200. $[x = 10(36 - p)]$

12. Determinare la legge della domanda di un bene espressa da una funzione $x = a - bp^2$, sapendo che se il prezzo aumenta da 12 a 16 la domanda diminuisce da 312 a 88. $[x = 600 - 2p^2]$

13. Determinare la legge della domanda di un bene espressa da una funzione $x = a - bp^2$, sapendo che se il prezzo diminuisce da € 18 a € 15 la domanda aumenta da 760 pezzi a 1.750 pezzi.

$[x = 4.000 - 10p^2]$

14. Data la funzione della domanda di un bene $x = 40 - 4p$ in $[0, 10]$, rappresentarla graficamente e calcolare l'elasticità dell'arco sapendo che il prezzo passa da 3 a 6, commentando il risultato.

$[0.43\ domanda\ rigida]$

15. Date le seguenti funzioni della domanda rappresentarle graficamente e determinare la funzione di vendita:

a) $x = 60 - 3p$ b) $x = 400 - p^2$ c) $x = \frac{30-p}{3}$

$$\left[p = \frac{60-x}{3};\ p = \sqrt{400-x};\ p = 30 - 3x\right]$$

16. Date le seguenti funzioni della domanda rappresentarle graficamente e determinare la funzione di vendita:

a) $x = \dfrac{60}{p+3}$ b) $x = \dfrac{40}{p} - 10$ c) $x = 20e^{-0.2p}$

$\left[p = \dfrac{60}{x} - 3;\ p = \dfrac{40}{x+10};\ p = 5\ln\dfrac{20}{x}\right]$

17. Data la funzione della domanda di un bene $x = \frac{60-5p}{2}$ in $[0, 12]$, rappresentarla graficamente e calcolare l'elasticità dell'arco sapendo che il prezzo passa da 5 a 10, commentando il risultato.

$[0.71\ domanda\ rigida]$

18. Rappresentare graficamente le seguenti funzioni della domanda negli intervalli indicati, ricavare la funzione di vendita e calcolare l'elasticità puntuale:

a. $x = \frac{60-5p}{4}$ $[0, 12]$ $\left[p = \frac{60-4x}{5}\ \ in\ [0, 15];\ |\varepsilon| = \frac{p}{12-p}\right]$

b. $x = \frac{160-2p}{5}$ $[0, 80]$ $\left[p = \frac{160-5x}{2}\ \ in\ [0, 32];\ |\varepsilon| = \frac{p}{80-p}\right]$

c. $x = \frac{15}{p}$ $[1, 30]$ $\left[p = \frac{15}{x}\ \ in\ \left[\frac{1}{2}, 15\right];\ |\varepsilon| = 1\right]$

LIVELLO INTERMEDIO

19. Una funzione domanda è rappresentata da un modello iperbolico; alcune rilevazioni hanno stabilito che, in corrispondenza di un prezzo $p = 20$, la domanda vale 180, mentre in corrispondenza di un prezzo $p = 200$, la domanda si annulla. Scrivere l'equazione di questa funzione e rappresentarla graficamente. $\left[x = \frac{4.000}{p} - 20\right]$

20. Assegnata la funzione domanda $x = -0.05p^2 + 1.200$, rappresentarla graficamente e calcolare:

a. il coefficiente di elasticità quando il prezzo varia da 30 a 32;

b. il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 31$;

c. per quale valore del prezzo p l'elasticità puntuale è uguale a 1. $[0.08; 0.083; 89.44]$

21. Dopo aver individuato il modello della funzione di domanda di equazione

$$x = \frac{625 - p^2}{5}$$

costruirne il grafico. Determinare poi il prezzo massimo ed il prezzo minimo, la quantità domandata in corrispondenza dei prezzi 10 e 20, il coefficiente di elasticità relativo all'arco di prezzi considerato. $[0 \leq p \leq 25; x(10) = 105; x(20) = 45;\ |\varepsilon| \approx 0.57]$

22. Assegnata la funzione domanda $x = \frac{1.600-p^2}{4}$, rappresentarla graficamente e calcolare:

a. il coefficiente di elasticità quando il prezzo varia da 10 a 30;

b. il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 31$;

c. per quale valore del prezzo p l'elasticità puntuale è uguale a 1. $[0.2\bar{6}; 3.008; 23.09]$

23. Calcola la variazione percentuale della domanda per una variazione di prezzo da 40 a 120 se il modello è dato dalla funzione $x = 300 - 2p$. $[|\varepsilon| \approx 0.36]$

24. Assegnata la funzione domanda $x = \frac{6}{p+3}$, rappresentarla graficamente e calcolare:

a. il coefficiente di elasticità quando il prezzo varia da 5 a 6;

b. il coefficiente di elasticità puntuale per $p = 5$;

c. per quale valore del prezzo p l'elasticità puntuale è maggiore di 1. $[0.\bar{5}; 0.625; mai]$

25. Dopo aver individuato il modello della funzione di domanda di equazione

$$x = \frac{3.000}{p+5} + 200$$

costruirne il grafico. Determinare poi se esiste un prezzo che rende nulla la domanda, la minima quantità domandata ed il coefficiente di elasticità relativo all'arco di prezzi che va da 10 a 15.

$[no; 200;\ |\varepsilon| = 0.25]$

26. La domanda di un bene è espressa, nell'intervallo $[0; 30]$ dalla funzione $x = 90 - 0.1p^2$. Calcolare l'elasticità dell'arco se il prezzo passa da 10 a 20 e l'elasticità puntuale per un prezzo pari a 15. $[0.375; 0.\bar{6}]$

27. Se il prezzo di un bene è € 20 la domanda è di 40 unità, se il prezzo aumenta a € 25 la domanda diminuisce a 25 unità. Supponendo che la domanda si esprima con una funzione lineare, determinare la legge della domanda e l'elasticità dell'arco.

$[x = 100 - 3p; 1.5\ domanda\ elastica]$

28. Se il prezzo di un bene varia da 80 a 100 la domanda passa da 3.200 a 2.400. Scrivere la funzione di domanda supponendo che il modello sia lineare e calcolare l'elasticità dell'arco di prezzi da 90 a 100 e quella puntuale per un prezzo di 80. $[x = 6.400 - 40p;\ \approx 1.29; 1]$

29. Una funzione della domanda ha equazione $x = 1.800 - 4p$. Stabilire per quali valori del prezzo la domanda è rigida. $[0 < p < 225]$

30. Una funzione della domanda ha equazione $x = 200 - \frac{p}{10}$. Stabilire per quali valori del prezzo la domanda è elastica. $[1.000 < p < 2.000]$

31. La domanda di un bene è data dalla funzione

$$x = 48 - 2p \qquad \text{in} \quad [0, 24]$$

Determinare per quali valori di p la domanda è rigida e per quali è elastica.

$[rigida\ per\ 0 \leq p < 12, elastica\ per\ 12 < p < 24]$

32. La domanda di un bene è data dalla funzione

$$x = 160 - 0.2p \qquad \text{in} \quad [0, 800]$$

Determinare per quali valori di p l'elasticità puntuale è rigida, unitaria, elastica.

$[rigida\ per\ 0 \leq p < 400, unitaria\ per\ p = 400, elastica\ per\ 400 < p < 800]$

33. La domanda di un bene è data dalla funzione

$$x = 2.400 - 2p^2 \qquad \text{in} \quad [0, 34]$$

Determinare per quali valori di p l'elasticità puntuale è rigida, unitaria, elastica.

$[rigida\ per\ 0 \leq p < 20, unitaria\ per\ p = 20, elastica\ per\ 20 < p \leq 34]$

34. La domanda di un bene è data dalla funzione

$$x = \frac{160 - 0.1p^2}{2} \qquad \text{in} \quad [0, 40]$$

Determinare per quali valori di p l'elasticità puntuale è rigida, unitaria, elastica.

$\left[rigida\ per\ 0 \leq p < \frac{40\sqrt{3}}{3}, unitaria\ per\ p = \frac{40\sqrt{3}}{3}, elastica\ per\ \frac{40\sqrt{3}}{3} < p < 40\right]$

35. Rappresentare graficamente le seguenti funzioni della domanda negli intervalli indicati, ricavare la funzione di vendita e calcolare l'elasticità puntuale:

a. $x = \frac{12-p}{p+4}$ $\quad [0, 12]$ $\qquad \left[p = \frac{12-4x}{x+1} \quad in\ [0, 3];\ |\varepsilon| = \frac{16p}{(12-p)(p+4)}\right]$

b. $x = \frac{240}{p+6} - 3$ $\quad [0, 74]$ $\qquad \left[p = \frac{240}{x+3} - 6 \quad in\ [0, 37];\ |\varepsilon| = \frac{80p}{(p+6)(74-p)}\right]$

c. $x = \frac{36-p^2}{2}$ $\quad [0, 6]$ $\qquad \left[p = \sqrt{36 - 2x} \quad in\ [0, 18];\ |\varepsilon| = \frac{2p^2}{36-p^2}\right]$

d. $x = \frac{25}{p^2}$ $\quad [1, 10]$ $\qquad \left[p = \frac{5}{\sqrt{x}} \quad in\ \left[\frac{1}{4}, 25\right];\ |\varepsilon| = 2\right]$

e. $x = \frac{10}{\sqrt{p}}$ $\quad [1, 100]$ $\qquad \left[p = \frac{100}{x^2} \quad in\ [1, 10];\ |\varepsilon| = \frac{1}{2}\right]$

LIVELLO AVANZATO

36. Nel passare dal prezzo $p_1 = 20$ € al prezzo p_2, il coefficiente di elasticità della funzione di domanda $x = \frac{120}{p}$ vale -0.5. Determinare il prezzo p_2. $\quad [40]$

37. Si consideri la funzione di domanda di equazione

$$x = \frac{21.000 - p^2}{2}$$

Nel passare da un prezzo $p_1 = 100$ ad un prezzo p_2, il coefficiente di elasticità della domanda vale, in modulo, 2; calcolare il valore di p_2. Per quale valore di p l'elasticità puntuale vale, in modulo, 28? $[120; 140]$

38. La domanda di un bene è espressa dalla funzione

$$x = \frac{400}{p} \qquad \text{in} \quad [1, 400]$$

Determinare per quali valori di p l'elasticità puntuale è rigida, unitaria, elastica.

$$[la\ domanda\ \text{è}\ unitaria\ per\ ogni\ p\ essendo\ |\varepsilon| = 1]$$

39. La domanda di un bene è espressa dalla funzione

$$x = \frac{64}{\sqrt{p}} \qquad \text{con}\ p > 0$$

Determinare per quali valori di p l'elasticità puntuale è rigida, unitaria, elastica.

$$\left[la\ domanda\ \text{è}\ rigida\ per\ ogni\ p\ essendo\ |\varepsilon| = \tfrac{1}{2}\right]$$

40. La domanda di un bene è espressa dalla funzione

$$x = \frac{1.600}{p^2} \qquad \text{in} \quad [1, 40]$$

Determinare per quali valori di p l'elasticità puntuale è rigida, unitaria, elastica.

$$[la\ domanda\ \text{è}\ elastica\ per\ ogni\ p\ essendo\ |\varepsilon| = 2]$$

41. Stabilire le caratteristiche della seguente funzione della domanda:

$$x = 400e^{-0.3p}$$

$$[rigida\ per\ 0 \leq p < 5, unitaria\ per\ p = 5, elastica\ per\ p > 5]$$

42. Rappresentare graficamente le seguenti funzioni della domanda negli intervalli indicati, ricavare la funzione di vendita e calcolare l'elasticità puntuale:

a. $x = \sqrt{900 - p^2}$ $\quad [0, 25]$ $\quad \left[p = \sqrt{900 - x^2}\ \ in\ [5\sqrt{11}, 30];\ |\varepsilon| = \frac{p^2}{900-p^2}\right]$

b. $x = \left(10 - \frac{p}{200}\right)^2$ $\quad [0, 200]$ $\quad \left[p = 2.000 - 200\sqrt{x}\ \ in\ [81, 100];\ |\varepsilon| = \frac{2p}{2.000-p}\right]$

c. $x = 200 \cdot e^{-0.1p}$ $\quad [0, 10]$ $\quad \left[p = 10 \ln\frac{200}{x}\ \ in\ \left[\frac{200}{e}, 200\right];\ |\varepsilon| = 0.1p\right]$

d. $x = 200(5 - \text{Log}\, p)$ $\quad [10, 100]$ $\quad \left[p = 10^{5-\frac{x}{200}}\ \ in\ [600, 800];\ |\varepsilon| = \frac{Log\ e}{5-Log\ p}\right]$

FUNZIONE DELL'OFFERTA

LIVELLO BASE

43. Dopo aver rappresentato graficamente la funzione di equazione $x = -600 + 4p$, determinare:

a. se essa può corrispondere ad una funzione di offerta motivando la risposta;

b. il prezzo al disotto del quale al produttore non conviene vendere;

c. la quantità offerta in corrispondenza dei prezzi 180 e 200;

d. la funzione di produzione. $\left[150; 120; 200; p = \frac{x+600}{4}\right]$

44. Data la seguente funzione dell'offerta $x = -300 + 6p$, dopo averla rappresentata graficamente, determinare:

a. il prezzo al disotto del quale al produttore non conviene vendere;

b. l'elasticità dell'arco se il prezzo passa da 80 a 100;

c. l'elasticità puntuale al prezzo di 150;

d. la funzione di produzione. $\left[50; 2.\bar{6}; 1.5; p = \frac{x+300}{6}\right]$

45. Dopo aver rappresentato graficamente la funzione di equazione $x = 4p^2 + 8p$, determinare:

a. se essa può corrispondere ad una funzione di offerta;

b. la quantità offerta in corrispondenza del prezzo di 120;

c. il prezzo massimo supponendo una capacità produttiva di 643.200 unità;

d. se la funzione è invertibile. $[sì; 58.560; 400; sì]$

46. Data la seguente funzione dell'offerta

$$x = \frac{-40 + 4p}{0.2}$$

dopo averla rappresentata graficamente, determinare:

a. l'elasticità dell'arco se il prezzo passa da 30 a 25;

b. l'elasticità puntuale;

c. la funzione di produzione. $\left[1.5; |\varepsilon| = \frac{p}{p-10}; p = \frac{0.2x+40}{4}\right]$

47. Data la funzione di offerta di equazione $x = -360 + 5p$, calcola il coefficiente di elasticità al variare del prezzo da 200 a 260. Quali considerazioni si possono fare sul tipo di offerta? $[1.56]$

LIVELLO INTERMEDIO

48. Data la seguente funzione dell'offerta

$$x = \frac{p^2}{100} - 9$$

determinare:

a. il prezzo al disotto del quale al produttore non conviene vendere;

b. l'elasticità puntuale;

c. la funzione di produzione. $\left[30; \varepsilon = \frac{2p^2}{p^2-900}; p = \sqrt{100x+900}\right]$

49. Un'azienda ha una capacità massima di produzione di 800 unità di un certo bene. Data la seguente funzione dell'offerta $x = 0.5p - 200$, determinare:

a. il prezzo unitario al di sotto del quale al produttore non conviene vendere;

b. l'elasticità dell'arco se il prezzo passa da 1.200 a 1.400;

c. la corrispondente funzione di produzione.

Se l'azienda immettesse sul mercato 720 unità di quel bene, quale prezzo si viene a determinare?

$[400; 1.5; p = 2x + 400; 1.840]$

LIVELLO AVANZATO

50. Data la seguente funzione dell'offerta $x = 20\sqrt{p-5}$, determinare:

a. il prezzo al di sotto del quale al produttore non conviene vendere;

b. l'elasticità dell'arco se il prezzo passa da 10 a 15;

c. l'elasticità puntuale;

d. la funzione di produzione. $\left[5; 0.83; \varepsilon = \frac{p}{2(p-5)}; p = \frac{x^2}{400} + 5\right]$

EQUILIBRIO TRA DOMANDA E OFFERTA

LIVELLO BASE

51. La domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$x_d = -12.5p + 1.750 \qquad x_s = 0.1p + 10$$

Rappresentare graficamente le due funzioni e determinare il prezzo di equilibrio. $[138.1]$

52. La funzione di domanda e la funzione di offerta di un certo prodotto sono espresse dalle seguenti equazioni:

$$x_d = 300 - 2p \qquad\qquad x_s = 3p - 190$$

Dopo aver rappresentato le due curve, determinare il prezzo di equilibrio e la quantità di merce domandata ed offerta a tale prezzo. $[98; 104]$

53. La domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$x_d = \frac{1.200 - p^2}{2} \qquad\qquad x_s = 10p - 10$$

Rappresentare graficamente le due funzioni e determinare il prezzo di equilibrio. $[26.33]$

54. La funzione di domanda e la funzione di offerta di un certo prodotto sono espresse dalle seguenti equazioni:

$$x_d = \frac{2.400 - 2p^2}{3} \qquad\qquad x_s = 8p - 120$$

Dopo aver rappresentato le due curve, determinare il prezzo di equilibrio e la quantità di merce domandata ed offerta a tale prezzo. $[31.63; 133.04]$

55. La domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$x_d = \frac{10}{5 + p} \qquad\qquad x_s = 0.1p - 10$$

Rappresentare graficamente le due funzioni e determinare il prezzo di equilibrio. $[100.94]$

56. La domanda e l'offerta di un bene sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$x_d = 6.000 - 9p \qquad\qquad x_s = 11p - 4.000$$

Determinare il prezzo di equilibrio e la quantità domandata ed offerta a tale prezzo.

$[500;\ 1.500]$

57. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 30 - 0.2p \qquad\qquad x_s = 0.5p - 54$$

Rappresentarle graficamente e determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. $[120; 6]$

58. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{12}{p} \qquad\qquad x_s = 3p - 16$$

Rappresentarle graficamente e determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. $[6; 2]$

59. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 54 - 2p \qquad\qquad x_s = -\frac{1}{2}p^2 + 10p \qquad\qquad in\ [0, 20]$$

Determinare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. $[Due\ punti\ di\ equilibrio\ p = 6\ con\ x = 42\ e\ p = 18\ con\ x = 18]$

LIVELLO INTERMEDIO

60. Le funzioni di domanda e offerta di un dato bene sono

$$x_d = (600 + 8k) - 10p, \qquad x_s = 2p^2 - 2kp$$

Calcolare il valore del parametro k sapendo che il prezzo di equilibrio è $p = 80$ €. $\left[\frac{1.625}{21}\right]$

61. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 210 - 3p \qquad x_s = 7p - 90$$

Rappresentarle graficamente e determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Calcolare inoltre l'elasticità della domanda e dell'offerta nel punto di equilibrio. $\left[30; 120;\ |\varepsilon_d| = \frac{3}{4}; \varepsilon_s = \frac{7}{4}\right]$

62. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 20 - 0.2p \qquad x_s = 4p - 190$$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Calcolare inoltre l'elasticità della domanda e dell'offerta nel punto di equilibrio.

$[50; 10;\ |\varepsilon_d| = 1; \varepsilon_s = 20]$

63. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{13 - p}{p + 2} \qquad x_s = p - 1$$

Determinare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Calcolare inoltre l'elasticità della domanda e dell'offerta nel punto di equilibrio. $\left[3; 2;\ |\varepsilon_d| = \frac{9}{10}; \varepsilon_s = \frac{3}{2}\right]$

64. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{12.000 - p^2}{5} \qquad x_s = 25p - 2.100$$

Determinare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. $[100; 400]$

65. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 600 - 3p \qquad x_s = 5p - 200$$

Dopo un certo tempo, a causa dell'aumento dei costi, la funzione dell'offerta risulta mutata nella seguente: $x_s = 5p - 400$. Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità nei due casi e rappresentare graficamente le leggi della domanda e dell'offerta.

$[Prima: p = 100\ con\ x = 300; dopo: p = 125\ con\ x = 225]$

66. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{600.000}{p} \qquad\qquad x_s = 4p - 1.400$$

Determinare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. La funzione dell'offerta muta nella seguente: $x_s = 4p - 3.400$. Determinare il nuovo prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità.

$[Prima: p = 600\ con\ x = 1.000;\ Dopo: p = 1.000\ con\ x = 600]$

67. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 2.760 - 6p \qquad\qquad x_s = 0.2p^2 - 2.000$$

Determinare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Calcolare inoltre l'elasticità della domanda e dell'offerta nel punto di equilibrio. $\left[140; 1.920;\ |\varepsilon_d| = \frac{7}{16}; \varepsilon_s = \frac{49}{12}\right]$

68. Indicato con p il prezzo di un bene, la funzione di domanda è ottenuta sottraendo il quadruplo di p da 600 e quella dell'offerta si ottiene sottraendo 310 dal triplo di p. Calcolare il prezzo di equilibrio. $[130]$

LIVELLO AVANZATO

69. La legge della domanda e dell'offerta di un bene sono date dalle funzioni:

$$x_d = 1.900 - p \qquad\qquad x_s = 0.1p^2 - 500$$

Calcolare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Determinare inoltre il coefficiente di elasticità puntuale per il prezzo di equilibrio sia per la domanda che per l'offerta; in base al risultato descrivi che tipo di domanda e di offerta si tratta. $[150, 1.750; 0.0857\ (domanda\ rigida); 2.57\ (offerta\ elastica)]$

70. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{12}{p^2} \qquad\qquad x_s = 2p - 1$$

Determinare graficamente ed analiticamente il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Calcolare inoltre l'elasticità della domanda e dell'offerta nel punto di equilibrio. $\left[2; 3;\ |\varepsilon_d| = 2; \varepsilon_s = \frac{4}{3}\right]$

71. La domanda e l'offerta di un certo prodotto sono date dalle leggi:

$$x_d = \frac{2.600}{p+5} \qquad\qquad x_s = 4p - 200$$

Dopo un certo periodo di tempo la domanda e l'offerta diventano:

$$x_d = \frac{4.400}{p+5} \qquad\qquad x_s = 4p - 120$$

Calcolare i prezzi di equilibrio nei due casi e le rispettive quantità di domanda-offerta. Rappresentare graficamente entrambe le situazioni e fare le possibili osservazioni.

$[Prima\!: p = 60\ con\ x = 40;\ Dopo\!: p = 50\ con\ x = 80]$

72. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni del prezzo p dato in euro: $x_d = 12 - 0.1p$ $\qquad$ $x_s = 0.4p - 28$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Dopo un certo tempo le funzioni mutano per trasposizione. Determinare le nuove funzioni della domanda e dell'offerta sapendo che l'equilibrio si ottiene ad un prezzo superiore del 12.5% al prezzo di equilibrio precedente, mentre la quantità offerta e la quantità domandata restano costanti. Rappresentare graficamente le funzioni della domanda e dell'offerta.

$[€\ 80;4;\ x_d = 13 - 0.1p;\ \ x_s = 0.4p - 32]$

73. La domanda e l'offerta di un certo prodotto sono date dalle leggi:

$$x_d = 5.000 - 5p \qquad\qquad x_s = 4p - 400$$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Inoltre calcolare per ogni caso seguente il nuovo prezzo di equilibrio e la quantità domandata ed offerta a tale prezzo. $[p = 600\ con\ x = 2.000]$

a. La domanda aumenta ed è espressa dalla nuova relazione $x_d = 12.200 - 5p$, mentre l'offerta rimane immutata. $[p = 1.400\ con\ x = 5.200]$

b. La domanda diminuisce ed è espressa dalla nuova relazione $x_d = 2.300 - 5p$, mentre l'offerta rimane immutata. $[p = 300\ con\ x = 800]$

c. La domanda rimane costante e l'offerta aumenta secondo la funzione $x_s = 4p - 40$.

$[p = 560\ con\ x = 2.200]$

d. La domanda rimane costante e l'offerta diminuisce secondo la funzione $x_s = 4p - 3.100$.

$[p = 900\ con\ x = 500]$

74. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni del prezzo p dato in euro: $x_d = 600 - 2p$ $\qquad$ $x_s = 0.5p - 25$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Dopo un certo tempo le funzioni mutano per trasposizione. Determinare le nuove funzioni della domanda e dell'offerta sapendo che l'equilibrio si ottiene allo stesso prezzo, mentre la corrispondente quantità domandata ed offerta risulta superiore del 15% alla precedente. Rappresentare graficamente le funzioni della domanda e dell'offerta.

$$[€\ 250; 100;\ x_d = 615 - 2p;\ \ x_s = 0.5p - 10]$$

75. La domanda e l'offerta di un certo prodotto sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{100}{p} \qquad\qquad x_s = 20p - 80$$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Sapendo che, successivamente, le esigenze del mercato cambiano e le due funzioni diventano

$$x_d = \frac{180}{p} \qquad\qquad x_s = 20p - 50$$

determinare il nuovo prezzo di equilibrio e la relativa quantità domandata ed offerta.

$$[Prima: p = 5, x = 20;\ Dopo: p = 4{,}5\ x = 40]$$

76. La domanda e l'offerta di un bene economico sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = \frac{1.200.000}{p} \qquad\qquad x_s = 6p - 1.600$$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Dopo un certo tempo le funzioni mutano per trasposizione. Determinare le nuove funzioni della domanda e dell'offerta sapendo che il nuovo equilibrio si ottiene ad un prezzo inferiore del 20% del precedente, mentre la quantità offerta e la quantità domandata restano invariate. Rappresentare graficamente le funzioni della domanda e dell'offerta.

$$\left[€\ 480; 2.000;\ x_d = \frac{960.000}{p};\ \ x_s = 6p - 880\right]$$

77. La domanda e l'offerta di un certo prodotto sono espresse dalle funzioni:

$$x_d = 24.000 - p \qquad\qquad x_s = 24p - 16.000$$

Determinare il prezzo di equilibrio e la corrispondente quantità domandata ed offerta. Si supponga poi che ad un aumento della domanda corrispondente alla relazione $x_d = 28.800 - p$ l'offerta muti secondo la nuova legge $x_s = 24p + k$. Determinare il valore del parametro k, in modo tale che il prezzo di equilibrio rimanga inalterato.

$$[p = 1.600, x = 22.400;\ k = -11.200]$$

78. Le funzioni di domanda ed offerta di un certo prodotto sono date dalle relazioni:

$$x_d = 600 - 6p \qquad\qquad x_s = 6p - 360$$

Dopo aver rappresentato graficamente entrambe le funzioni, determinare:

a. il prezzo di equilibrio e la quantità domandata ed offerta a tale prezzo; $[p = 120, x = 80]$

b. l'elasticità delle funzioni di domanda ed offerta nell'arco di prezzi che va da 30 a 45.

$[|\varepsilon_d| = 0.43;\ |\varepsilon_s| = 1]$

COSTI DI PRODUZIONE

LIVELLO BASE

79. Un'impresa sostiene per la produzione le seguenti spese:

- una spesa fissa mensile di € 2.000;
- un costo variabile di € 6 per ogni unità prodotta;
- una spesa ulteriore pari, in euro, al 20% del quadrato delle unità prodotte.

Indicando con x il numero di unità prodotte, scrivere l'espressione della funzione di costo.

$[C(x) = 2.000 + 6x + 0.2x^2]$

80. Un'impresa che produce articoli per la casa sostiene i seguenti costi giornalieri:

- spese fisse generali di € 50 e spese variabili di € 3.60 per ogni unità prodotta, per una produzione fino a 600 pezzi;
- spese variabili che subiscono un aumento di € 1.20 per ogni pezzo prodotto per una produzione superiore alle 600 unità e fino alla capacità massima di 1.000 pezzi.

Rappresentare graficamente la funzione costo e calcolare poi il costo totale per produzioni di 500 e di 800 unità.

$$\left[C(x) = \begin{cases} 50 + 3.6x & se\ 0 \leq x \leq 600 \\ 2.210 + 4.8(x - 600) & se\ 600 < x \leq 1.000 \end{cases}; C(500) = 1.850; C(800) = 3.170\right]$$

81. Per trasportare una certa merce una ditta di trasporti applica, oltre ad un contributo fisso di € 300, le seguenti tariffe:

- € 16 al kg fino a 15 kg trasportati;
- € 15 al kg per ogni kg eccedente i 15 e fino ad un massimo di 20;
- € 14 al kg per ogni kg eccedente i 20.

Indicando con x la quantità di merce trasportata in kg, scrivere l'espressione della funzione di costo.

$$\left[C(x) = \begin{cases} 16x + 300 & 0 < x \leq 15 \\ 15x + 315 & 15 < x \leq 20 \\ 14x + 335 & x > 20 \end{cases}\right]$$

82. Un'azienda per la produzione di un certo bene sostiene costi fissi quantificabili in € 1.500 e costi variabili pari a € 4 per ogni bene prodotto. Scrivere l'espressione del costo totale, del costo medio e del costo marginale e rappresentare graficamente tali funzioni. Calcolare poi il costo totale ed il costo unitario per una produzione di 100 unità. $[€\ 1.900; €\ 19]$

83. Per trasportare una certa merce una ditta applica le seguenti tariffe:

- € 2.40 al kg fino a 20 kg trasportati;
- € 1.80 al kg per ogni kg eccedente i 20 kg e fino ad un massimo di 30 kg;
- € 1.60 al kg per ogni kg eccedente i 30 kg.

E' necessario calcolare poi un contributo fisso di € 20 per ogni spedizione. Dopo aver definito la funzione costo, calcolare il costo del trasporto di pacchi di 15 kg, 25 kg e 40kg.

$$\left[C(x) = \begin{cases} 20 + 2.4x & se\ 0 \le x \le 20 \\ 32 + 1.8x & se\ 20 < x \le 30 \\ 38 + 1.6x & se\ x > 30 \end{cases}; C(15) = 56; C(25) = 77; C(40) = 102\right]$$

84. Un'impresa per produrre un certo bene in un dato periodo di tempo, sostiene dei costi fissi valutabili in € 800 e dei costi variabili che corrispondono a € 1.60 per ogni unità prodotta. Tenendo conto che l'impresa può produrre al massimo 2.000 unità, calcolare:

a. la funzione del costo totale, e rappresentarla graficamente;

b. l'ammontare dei costi variabili e del costo totale per una produzione di 1.000 e di 2.000 unità.

$[C(x) = 800 + 1.6x \quad per\ 0 \le x \le 2.000; €\ 1.600, €2.400; €\ 3.200, €\ 4.000]$

85. Un'impresa per la produzione di un bene economico sostiene i seguenti costi:

– un costo fisso mensile di € 800;

– un costo variabile valutato di € 8 per ogni unità prodotta.

La capacità massima produttiva mensile è di 400 unità.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo totale e calcolare da quale quantità i costi variabili sono superiori al costo fisso.

$[y = 800 + 8x \quad per\ 0 \le x \le 400; x \ge 100]$

86. Per la produzione di insetticidi un'impresa sostiene i seguenti costi:

– un costo fisso settimanale di € 300;

– un costo variabile per lavorazione di € 12 per ogni quintale prodotto.

La capacità massima produttiva settimanale è di 40 quintali.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo totale e calcolare fino a quale quantità i costi variabili non superano il costo fisso.

$[y = 300 + 12x \quad per\ 0 \le x \le 40; x \le 25]$

87. Per la produzione di un bene economico si sostengono i seguenti costi:

– un costo fisso mensile di € 320;

– un costo variabile pari al 20% del quadrato del numero di unità prodotte.

La capacità massima produttiva mensile è di 200 unità.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo totale e calcolare per quale quantità prodotta i costi variabili sono non inferiori al costo fisso.

$[y = 320 + 0.2x^2 \quad per\ 0 \leq x \leq 200; x \geq 40]$

88. Per la produzione di ammorbidenti un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso settimanale di € 1.600;
- un costo variabile per materie prime di € 6 per ogni chilogrammo prodotto;
- un costo variabile pari al 10% del quadrato del numero di chilogrammi prodotti.

La capacità massima produttiva settimanale è di 250 chilogrammi.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo totale e calcolare per quale quantità prodotta i costi variabili eguagliano il costo fisso.

$[y = 1.600 + 6x + 0.1x^2 \quad per\ 0 \leq x \leq 250; x = 100]$

89. Per la produzione di un bene economico un'impresa sostiene mensilmente i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 1.750;
- un costo per ogni unità prodotta di € 30;
- un costo variabile pari al 10% del quadrato del numero di unità prodotte.

La capacità massima produttiva mensile è di 150 unità.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo totale e calcolare per quale quantità prodotta i costi variabili eguagliano il costo fisso.

$[y = 1.750 + 30x + 0.1x^2 \quad per\ 0 \leq x \leq 150; x = 50]$

90. Un'impresa per la produzione di un bene economico sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 500;
- un costo variabile di € 43 per ogni unità prodotta.

La capacità massima produttiva mensile è di 550 unità.

Determinare la funzione del costo totale, del costo unitario e calcolare il costo unitario per una produzione di 100 e di 50 unità. Rappresentare graficamente la funzione del costo unitario.

$$\left[\begin{array}{c} C(x): y = 500 + 43x \quad per\ 0 \leq x \leq 550; c_u: y = \dfrac{500 + 43x}{x} \quad per\ 0 < x \leq 550; \\ c_u(100) = 48;\ c_u(50) = 53 \end{array}\right]$$

91. Una fabbrica di liquori sostiene, per la sua produzione, una spesa fissa settimanale di € 2.000 ed inoltre ogni litro prodotto costa all'azienda € 1.90 per le materie prime utilizzate. Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale e del costo medio; calcolare inoltre il costo totale per una produzione di 500 litri di liquore ed il relativo costo medio. [€ 2.950; € 5.9]

92. Per la produzione di un bene economico un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 4.400;
- un costo per ogni unità prodotta di € 35;
- un costo variabile pari al 10% del quadrato del numero di unità prodotte.

La capacità massima produttiva mensile è di 200 unità.

Determinare la funzione del costo totale, la funzione del costo unitario e calcolare il costo unitario per una produzione di 40 e di 80 unità. Rappresentare graficamente la funzione del costo unitario.

$$\left[\begin{array}{c} C(x): y = 4.400 + 35x + 0.1x^2 \quad per\ 0 \le x \le 200; \\ c_u: y = \dfrac{4.400 + 35x + 0.1x^2}{x} \quad per\ 0 < x \le 200; \\ c_u(40) = 149;\ c_u(80) = 98 \end{array}\right]$$

93. Per la produzione di computer un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso settimanale di € 900;
- un costo variabile pari al 6% del quadrato del numero di computer prodotti.

La capacità massima produttiva settimanale è di 320 computer.

Determinare la funzione del costo totale, la funzione del costo unitario e calcolare il costo unitario per una produzione di 100 e di 250 unità.

$$\left[\begin{array}{c} C(x): y = 900 + 0.06x^2 \quad per\ 0 \le x \le 320; \\ c_u: y = \dfrac{900}{x} + 0.06x \quad per\ 0 < x \le 320; \\ c_u(100) = 15;\ c_u(250) = 18{,}6 \end{array}\right]$$

LIVELLO INTERMEDIO

94. Un'azienda, per produrre un certo bene, sostiene un costo fisso mensile di € 3.750 ed un costo di € 0.225 per ogni unità prodotta. Inoltre si prevedono spese di manutenzione pari al 15% del quadrato della quantità prodotta. Determinare le funzioni costo totale, costo unitario e rappresentarle graficamente. Calcolare la quantità da produrre per ottenere il minimo costo unitario. [158]

95. Un'azienda, per produrre un certo bene, sostiene un costo fisso mensile di € 180 ed un costo di € 0.6 per ogni unità prodotta. Inoltre si prevedono spese di commercializzazione pari al 1.5% del quadrato della quantità prodotta. Determinare le funzioni costo totale, costo unitario e rappresentarle graficamente. Calcolare la quantità da produrre per ottenere il minimo costo unitario. [110]

96. Un'impresa per la produzione di cartelloni pubblicitari sostiene i seguenti costi:

- costi fissi mensili di € 2.100;
- costi variabili di € 20 per ogni unità prodotta.

La capacità massima produttiva mensile è di 300 unità.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo unitario e calcolare per quante unità prodotte il costo unitario è minimo.

$$\left[c_u: y = \frac{2.100 + 20x}{x} \quad per\ 0 < x \leq 300; c_u\ minimo\ di\ €\ 27\ per\ x = 300\right]$$

97. Per la produzione di un bene economico un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 1.800;
- un costo variabile per ogni unità prodotta di € 40;
- un costo variabile pari al 2% del quadrato del numero di unità prodotte.

La capacità massima produttiva mensile è di 800 unità.

Determinare la funzione del costo unitario e calcolare per quante unità prodotte il costo unitario è minimo.

$$\left[c_u: y = \frac{1.800 + 40x + 0.02x^2}{x} \quad per\ 0 < x \leq 800; c_u\ minimo\ di\ €\ 52\ per\ x = 300\right]$$

98. Per la produzione di un bene economico un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 9.375;
- un costo variabile per ogni unità prodotta di € 60;
- un costo variabile pari al 15% del quadrato del numero di unità prodotte.

La capacità massima produttiva mensile è di 400 unità.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo unitario e calcolare per quale quantità il costo unitario è minimo.

$$\left[c_u: y = \frac{9.375 + 60x + 0.15x^2}{x} \quad per\ 0 < x \leq 400; c_u\ minimo\ di\ €\ 135\ per\ x = 250\right]$$

99. I costi di un'impresa per la produzione di un certo bene, in un dato periodo di tempo, sono stati sintetizzati nel seguente modello: $C(x) = 0.6x^2 + 40x + 20$. Determinare la funzione del costo marginale e l'ammontare del costo marginale passando da una produzione di 100 a una di 101 unità ed il relativo costo aggiuntivo. $[c_m(100) = 160;\ c_m(101) = 161{,}2; €\ 1{,}2]$

100. Una falegnameria può produrre al massimo 1.500 oggetti al mese, sostenendo spese fisse per € 6.000. Sapendo che la spesa variabile complessiva della produzione risulta corrispondente allo 0.15% del quadrato del numero degli oggetti fabbricati e che il costo di trasporto per ciascun oggetto è di € 4, calcolare la funzione del costo medio di produzione ed il numero di oggetti da produrre affinché tale costo medio sia minimo e l'ammontare di tale costo.

$$[c_u minimo\ di\ €\ 10\ per\ x = 2.000]$$

101. Un'impresa per la produzione di una merce sostiene i seguenti costi:

- costi fissi settimanali di € 1.500;
- costi variabili per materie prime e lavorazione di € 50 per ogni chilogrammo prodotto.

La capacità massima produttiva settimanale è di 300 kg.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo totale, del costo unitario, del costo marginale e calcolare per quale quantità di merce prodotta il costo unitario è minimo.

$$\left[\begin{array}{c} C(x): y = 1.500 + 50x \quad per\ 0 \leq x \leq 300; \\ c_u: y = \dfrac{1.500 + 50x}{x} \quad per\ 0 < x \leq 300; c_u\ minimo\ di\ €\ 55\ per\ x = 300 \\ c_m: y = 50 \end{array}\right]$$

102. Un'impresa per la produzione di un bene economico sostiene i seguenti costi:

- costi fissi giornalieri di € 600;
- costi variabili di € 75 per ogni unità prodotta.

La capacità massima produttiva giornaliera è di 40 unità.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità l'impresa deve produrre affinché il costo unitario sia minimo.

$$\left[\begin{array}{c} c_u: y = \dfrac{600 + 75x}{x} \quad per\ 0 < x \leq 40; c_u\ minimo\ di\ €\ 90\ per\ x = 40 \\ c_m: y = 75 \end{array}\right]$$

103. Un'impresa per la produzione di un bene economico sostiene i seguenti costi:

- costi fissi mensili di € 10.800;
- costi variabili per la materia prima di € 160 per ogni unità prodotta;
- costi per la lavorazione stimati pari a tre volte il quadrato delle unità prodotte.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità l'impresa deve produrre affinché il costo unitario sia minimo.

$$\left[\begin{array}{c} c_u: y = \dfrac{10.800 + 160x + 3x^2}{x}; c_u\ minimo\ di\ €\ 520\ per\ x = 60 \\ c_m: y = 160 + 6x \end{array}\right]$$

104. Un'impresa per la produzione di un bene economico sostiene i seguenti costi:

- costi fissi mensili di € 10.125;
- costi per la lavorazione stimati pari a cinque volte il quadrato delle unità prodotte.

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità l'impresa deve produrre affinché il costo unitario sia minimo.

$$\left[c_u: y = \frac{10.125 + 5x^2}{x}; c_u\ minimo\ di\ € \ 450\ \ per\ x = 45 \quad c_m: y = 10x\right]$$

LIVELLO AVANZATO

105. Un'impresa sostiene per la produzione le seguenti spese:

- una spesa fissa mensile di € 1.210;
- un costo variabile di € 4 per ogni unità prodotta;
- una spesa ulteriore pari, in euro, al 10% del quadrato delle unità prodotte.

Calcolare:

a. la funzione del costo unitario; $\left[c_u = \frac{1.210}{x} + 4 + 0.1x\right]$

b. la quantità che dà il minimo costo unitario; $[110]$

c. la funzione del costo marginale. $[c_m = 0.2x + 4]$

Verificare, inoltre, che la funzione del costo marginale passa per il punto di minimo della funzione del costo unitario.

106. Per la produzione di elettrodomestici un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 8.192;
- un costo variabile per ogni elettrodomestico di € 120;
- un costo variabile pari al 8% del quadrato del numero di elettrodomestici prodotti.

La capacità massima produttiva mensile è di 800 elettrodomestici.

Determinare e rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del costo unitario, del costo marginale e calcolare quanti elettrodomestici deve produrre affinché il costo unitario sia minimo. Verificare inoltre che i grafici del costo unitario e del costo marginale si intersecano nel punto di minimo trovato.

$$\left[\begin{array}{c} C(x): y = 8.192 + 120x + 0.08x^2 \quad per\ 0 \leq x \leq 800 \\ c_u: y = \dfrac{8.192 + 120x + 0.08x^2}{x} \quad per\ 0 < x \leq 800; c_u\ minimo\ di\ € \ 171{,}2\ per\ x = 320 \\ c_m: y = 120 + 0.16x \end{array}\right]$$

107. Il costo totale per la produzione di un bene è espresso dalla seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 8x + 200 & per\quad 0 \leq x \leq 50 \\ 6x + 300 & per\quad 50 < x \leq 80 \end{cases}$$

Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del costo marginale, del costo unitario e calcolare per quale quantità il costo unitario è minimo. $[c_u\ minimo\ di\ € \ 9.75\ per\ x = 80]$

108. Il costo totale sostenuto da un'impresa per la produzione di un bene economico è espresso dalla funzione: $C(x)\colon\ 0{,}3x^2 + 110x + 6.750$

Determinare e rappresentare graficamente la funzione del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità l'impresa deve produrre affinché il costo unitario sia minimo. Verificare inoltre che i grafici del costo unitario e del costo marginale si intersecano nel punto di minimo trovato.

$$\left[c_u\colon y = \frac{0{,}3x^2 + 110x + 6.750}{x}; c_u\ minimo\ di\ € \ 200\ per\ x = 150 \atop c_m\colon y = 110 + 0.6x\right]$$

109. Data la funzione del costo totale $C(x) = 0.8x^2 + 60x + 819.2$, determinare:

a. la funzione del costo medio e del costo marginale;

b. il punto di minimo costo medio;

c. per quale valore il costo medio ed il costo marginale coincidono.

$[c_u minimo\ di\ €\ 111{,}2\ per\ x = 32; c_u = c_m\ per\ x = 32]$

110. Per la produzione di un bene un'impresa sostiene una spesa fissa di € 16.000 ed un costo di € 200 per ogni unità prodotta fino a 600 unità. Se la produzione supera le 600 unità deve sostenere una spesa aggiuntiva pari al 10% del quadrato del numero di unità prodotte. Sapendo che la massima capacità produttiva è di 1.600 unità, determinare e rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità è necessario produrre affinché sia minimo il costo unitario. $[c_u\ minimo\ di\ €\ 226{,}67\ per\ x = 600]$

111. Per il trasporto di una data merce si applica la seguente tariffa:

- diritto fisso di chiamata di € 60;
- € 2 per ogni quintale di merce trasportato fino a 240 quintali;
- € 1.60 per ogni quintale eccedente i 240 quintali.

Scrivere l'espressione analitica del costo del trasporto al variare del peso della merce e determinare i costi di spedizione per merce del peso di 150 quintali e 250 quintali.

$[€\ 360; €\ 556]$

RICAVI E PROFITTI

LIVELLO BASE

112. Il prezzo di vendita di un certo prodotto è dato da $p(x) = -4x + 12$, dove x indica la quantità prodotta e venduta. Scrivere l'espressione analitica del:

a. ricavo; $[R(x) = -4x^2 + 12x]$

b. ricavo unitario; $[r_u = -4x + 12]$

c. ricavo marginale. $[r_m = -8x + 12]$

d. Determinare inoltre quale quantità è necessario produrre e vendere per avere il massimo ricavo. $[1.5]$

113. Un'azienda, per la vendita di una certa quantità di merce, ha ottenuto un ricavo totale esprimibile con la relazione $R(x) = 60x - 0.08x^2$. Per quale quantità si ottiene il massimo ricavo? Determinare la funzione del ricavo medio e del ricavo marginale ed il valore di queste funzioni per una vendita di 200 unità di bene.

$[R\ massimo\ \ di\ €\ 11.250\ per\ x = 375;\ r_u(200) = 44;\ r_m(200) = 28]$

114. La funzione di vendita di un bene è data da: $p = 640 - 5x$. Determinare la funzione del ricavo e calcolare per quale quantità venduta il ricavo è massimo.

$[R(x) = 640x - 5x^2;\ massimo\ ricavo\ di\ €\ 20.480\ per\ x = 64\ e\ p = 320\ ]$

115. Un'azienda produce un bene. La domanda di quel bene è espressa dalla funzione $x_d = -p + 80$ Determinare la funzione ricavo totale e ricavo marginale. Calcolare per quale quantità il ricavo risulta massimo ed il relativo importo. $[40; 1.600]$

116. Un'azienda produce un bene. La domanda di quel bene è espressa dalla funzione

$$x_d = \frac{1.200 - p^2}{2}$$

Determinare la funzione ricavo totale e ricavo marginale. Calcolare per quale quantità il ricavo risulta massimo ed il relativo importo. $[400; 8.000]$

117. Un'azienda produce un bene. La domanda di quel bene è espressa dalla funzione

$$x_d = \frac{160}{2p^2 + 1}$$

Determinare la funzione ricavo totale e ricavo marginale. Calcolare per quale quantità il ricavo risulta massimo ed il relativo importo. $[80; 56.57]$

118. Una ditta produce un bene sostenendo costi rappresentati dalla funzione

$$C(x) = 0.01x^2 + 0.4x + 12$$

Il prezzo unitario di vendita è di € 1.80. Determinare la funzione guadagno e la quantità da produrre per realizzare il massimo guadagno. $[10.000\ kg]$

119. Una fabbrica di distillati sostiene una spesa fissa settimanale di € 4.250 ed un costo per materie prime di € 1.60 al decilitro. Gli impianti permettono una produzione massima di 1.000 litri settimanali. Sul mercato il distillato viene venduto a € 3,30 il decilitro. Determinare:

a. la funzione ricavo e la funzione costo totale;

b. il punto in cui i costi eguagliano i ricavi;

c. il numero dei decilitri che consentono alla fabbrica il massimo utile e l'ammontare di tale utile.

$$\begin{bmatrix} C(x): y = 4.250 + 1.6x \quad per\ 0 \leq x \leq 10.000; R(x): y = 3.3x; \\ break - even\ point\ per\ x = 2.500; P\ massimo\ di\ € \ 12.750\ per\ x = 10.000 \end{bmatrix}$$

120. Una fabbrica può produrre in un giorno al massimo 12.000 kg di prodotto, sostenendo costi rappresentati dalla funzione $C(x) = 0.2x + 100$. Il prezzo unitario di vendita è dato da $(0.4 - 0.00001x)$. Determinare la funzione guadagno e la quantità da produrre per realizzare il massimo guadagno. $[70\ kg]$

121. Per la produzione di un detersivo un'impresa sostiene un costo fisso settimanale di € 480 ed un costo variabile di € 10 per ogni kg prodotto. La capacità massima produttiva settimanale è di 200 kg. L'impresa vende il detersivo in un mercato di concorrenza perfetta al prezzo di € 15 al kg. Determinare le funzioni del costo di produzione e del ricavo, calcolare poi per quale quantità i ricavi eguagliano i costi e per quale quantità si ha il massimo utile.

$$\begin{bmatrix} C(x): y = 480 + 10x \quad per\ 0 \leq x \leq 200; R(x): y = 15x; \\ break - even\ point\ per\ x = 96; P\ massimo\ di\ € \ 520\ per\ x = 200 \end{bmatrix}$$

122. Una torrefazione vende caffè a € 7 il kg. Il caffè, allo stato originale, ha un costo di € 5,80 il kg cui vanno aggiunte spese fisse giornaliere di € 360. Tenendo conto che la quantità massima che si può tostare è di 1.000 kg al giorno, determinare:

a. la funzione ricavo;

b. la quantità prodotta per cui i costi eguagliano i ricavi;

c. la quantità giornaliera da produrre per consentire alla torrefazione il massimo utile e l'ammontare di tale utile.

$$[break - even\ point\ per\ x = 300; P\ massimo\ di\ € \ 840\ per\ x = 1.000]$$

123. Per la produzione di mobili un'impresa artigiana sostiene un costo fisso mensile di € 9.420 ed un costo variabile di € 60 per ogni mobile. La capacità massima produttiva mensile è di 80 mobili. L'impresa vende i mobili in un mercato di concorrenza perfetta al prezzo di € 3.200 ciascuno. Determinare per quale quantità di produzione i ricavi eguagliano i costi e per quale quantità si ha il massimo utile. $[break - even\ point\ per\ x = 3;\ P\ massimo\ di\ € \ 241.780\ per\ x = 80]$

124. Una ditta artigiana del settore tessile utilizza, per la produzione di una certa tela, una macchina che ha un costo di gestione di € 1.000 alla settimana. La capacità di produzione di questa nuova macchina è di 3.500 metri di tela alla settimana con un costo al metro di € 2 e la tela potrà essere rivenduta ad € 4 al metro. Determinare:

a. la funzione ricavo e la funzione del costo totale;

b. il numero di metri da produrre affinché i costi eguaglino i ricavi;

c. la quantità da produrre per consentire all'artigiano il massimo utile e l'ammontare di tale utile.

$[break - even\ point\ per\ x = 500; P\ massimo\ di\ € 6.000\ per\ x = 3.500]$

125. Una ditta di trasporti eccezionali richiede € 120 per ogni quintale di merce da trasportare. Per il trasporto sostiene una spesa fissa mensile di € 4.000 e un costo di € 80 per ogni quintale di merce da trasportare e può trasportare mensilmente un massimo di 1.000 quintali. Determinare qual è la minima quantità che deve trasportare per non essere in perdita e per quale quantità il guadagno è massimo. $[100;\ massimo\ utile\ di\ € 36.000\ per\ x = 1.000]$

126. La funzione della domanda di un bene è data da: $x = 180 - 0.6p$. Determinare e rappresentare graficamente la funzione del ricavo e calcolare per quale quantità venduta si ha il massimo ricavo ed il corrispondente prezzo di vendita.

$$\left[R(x): y = \frac{900x - 5x^2}{3};\ massimo\ ricavo\ di\ € 13.500\ per\ x = 90\ con\ p = 150\right]$$

127. La funzione della domanda di un bene economico è data da: $x = 400 - 4p$. Esprimere il ricavo realizzato da un monopolista sia in funzione del prezzo sia in funzione della quantità e calcolare per quale quantità venduta e a quale prezzo il ricavo è massimo.

$$\left[\begin{array}{c} R(x) = 100x - 0.25x^2;\ R(p) = 400p - 4p^2; \\ massimo\ ricavo\ di\ € 10.000\ per\ x = 200\ e\ p = 50 \end{array}\right]$$

128. La funzione della domanda di un bene economico venduto in condizioni di monopolio è data da: $x = 140 - 0.5p$. Determinare le funzioni del ricavo totale, del ricavo marginale e del ricavo medio e calcolare per quale quantità venduta il ricavo è massimo.

$$\left[\begin{array}{c} R(x): y = 280x - 2x^2;\ r_u: y = 280 - 2x;\ r_m: y = 280 - 4x \\ massimo\ ricavo\ di\ € 9.800\ per\ x = 70 \end{array}\right]$$

LIVELLO INTERMEDIO

129. Un'industria alimentare può produrre in un giorno al massimo 30.000 kg di pasta. La pasta è venduta a € 0.5 al kg e, per la produzione giornaliera, si sostiene una spesa fissa di € 720 più una spesa di € 0.1 per ogni kg di prodotto. Determinare la funzione guadagno e la quantità da produrre per non lavorare in perdita e per realizzare il massimo guadagno.

$[1.800\ kg;\ 30.000\ kg]$

130. Una segheria può lavorare fino a 1.000 quintali di truciolato di legname in una settimana, sostenendo spese fisse di € 1.500 settimanali e spese quantificabili in € 10 per ogni quintale lavorato. Il prezzo di vendita è così stabilito: € 80 al quintale diminuito, in euro, del 20% del numero dei quintali prodotti e pronti per la vendita. Determinare:

a. la funzione ricavo e la funzione del costo totale;

b. il punto di equilibrio tra costo e ricavo;

c. la quantità di legname che deve essere lavorata settimanalmente per consentire alla segheria il massimo utile e l'ammontare di tale utile.

$[break - even\ point\ per\ x = 23\ e\ x = 327; P\ massimo\ di\ €\ 4.625\ per\ x = 175]$

131. La funzione di vendita di un prodotto in un mercato monopolistico è data da: $p = 40 - 0.2x$. I costi fissi di produzione ammontano giornalmente ad € 500 ed i costi variabili sono di € 10 per ogni unità prodotta. Determinare per quante unità prodotte il ricavo è massimo e per quante l'utile è massimo.

$[R\ massimo\ di\ €\ 2.000\ per\ x = 100;\ P\ massimo\ di\ €\ 625\ per\ x = 75]$

132. Un bene viene immesso sul mercato ad un prezzo unitario di € 120 e di esso si sa che la sua funzione di costo è $C(x) = x^2 - 16$ con $x > 0$. Calcolare:

a. la funzione profitto; $[P(x) = 16 + 120x - x^2]$

b. la quantità che occorre vendere per avere il massimo profitto; $[60]$

c. la quantità per non andare in perdita. $[120]$

Costruire poi il diagramma di redditività evidenziando le zone di utile e di perdita.

133. Un artigiano, per produrre un certo articolo, sostiene i seguenti costi:

- € 60 al giorno per costi fissi;
- € 3 di materie prime per ogni articolo prodotto;
- spese di gestione quantificabili, in euro, al 10% del quadrato del numero degli articoli prodotti.

Immette l'articolo sul mercato ad un prezzo di € 21. Calcolare la quantità da produrre e vendere per avere il massimo guadagno e la quantità da produrre e vendere per non andare in perdita. Costruire poi il diagramma di redditività. $[90;\ 4 \leq x \leq 176]$

134. Un'azienda sostiene per la produzione di un certo prodotto dei costi dati dalla seguente funzione: $C(x) = x^3 - 25x^2 + 250x + 1.000$ dove x indica la quantità prodotta. Il mercato richiede il prodotto con una legge di domanda data da: $x = \sqrt{125 - \frac{p}{8}}$. Calcolare:

a. il prezzo di vendita in funzione della quantità prodotta; $[p = 1.000 - 8x^2]$

b. il ricavo totale; $[R(x) = 1.000x - 8x^3]$

c. il costo marginale; $[c_m = 3x^2 - 50x + 250]$

d. il ricavo marginale; $[r_m = 1.000 - 24x^2]$

e. il profitto totale; $[P(x) = -9x^3 + 25x^2 + 750x - 1.000]$

f. la quantità che permette il massimo profitto. $[\approx 6.3]$

135. La funzione di costo di un bene $C(x) = x^2 + 32x + 160$ ed il prezzo di vendita è dato $p = 1.280 - 2x$. Calcolare l'ammontare del costo fisso; la quantità da vendere per avere il massimo profitto; per quali valori di x si ha un profitto maggiore di € 94.640.

$[160; 208;\ 100 < x < 316]$

136. Il costo unitario di un bene è dato dalla funzione:

$$c_u\colon\ y = \frac{1.000}{x} + 0.4x + 40$$

Il prezzo di vendita, in un mercato di libera concorrenza, è di € 112 per ogni unità. Determinare per quale quantità prodotta il costo unitario è minimo e per quale quantità l'utile è massimo.

$[\ c_u\ minimo\ di\ €\ 80\ per\ x = 50;\ P\ massimo\ di\ €\ 2.240\ per\ x = 90]$

137. Per la produzione di piccoli elettrodomestici un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 8.000;
- un costo per materie prime e lavorazione di € 140 per ogni elettrodomestico;
- un costo per la manutenzione degli impianti pari al 20% del quadrato del numero di elettrodomestici prodotti.

Vende ogni elettrodomestico a € 600.

Determinare le funzioni del costo totale, del ricavo, del guadagno e calcolare:

a. per quale quantità il costo unitario di produzione è minimo;

b. per quale quantità il guadagno è massimo e fra quali valori di produzione l'impresa non è in perdita.

$$\begin{bmatrix} c_u\ minimo\ di\ €\ 220\ per\ x = 200 \\ P\ massimo\ di\ €\ 256.500\ per\ x = 1.150 \\ Limiti\ di\ produzione\colon 18 \le x \le 2.282 \end{bmatrix}$$

138. Per la produzione di un bene un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso annuo di € 50.000;
- un costo per materie prime di € 120 per ogni unità prodotta;
- un costo per la lavorazione pari al 5% del quadrato del numero di unità prodotte.

Vende il bene a € 600.

Determinare e rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo, del guadagno e calcolare:

a. per quale quantità il costo unitario di produzione è minimo;

b. per quale quantità il guadagno è massimo.

$$\begin{bmatrix} c_u \; minimo \; di \; € \, 220 \; per \; x = 1.000 \\ P \; massimo \; di \; € \, 1.102.000 \; per \; x = 4.800 \end{bmatrix}$$

139. Per la produzione di un bene un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso annuo di € 24.000;
- un costo per ogni unità prodotta pari a 0.6 volte il quadrato del numero di unità prodotte.

La domanda del bene è espressa dalla funzione $x = 1.696 - 0.4p$.

Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo, dell'utile netto e determinare:

a. per quale produzione il costo unitario è minimo;

b. per quale produzione il ricavo è massimo;

c. per quale produzione l'utile è massimo.

$$\begin{bmatrix} c_u \; minimo \; di \; € \, 240 \; per \; x = 200 \\ R \; massimo \; di \; € \, 1.797.760 \; per \; x = 848 \\ P \; massimo \; di \; € \, 1.425.806{,}4 \; per \; x = 684 \end{bmatrix}$$

LIVELLO AVANZATO

140. Per la produzione di una merce un'impresa sostiene i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 9.000;
- un costo di € 80 per ogni unità prodotta;
- un costo per la manutenzione degli impianti pari al 2.5% del quadrato del numero di unità prodotte.

Vende la merce prodotta in condizioni di monopolio e la domanda è espressa dalla funzione: $x = 2.000 - 5p$.

Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo, dell'utile netto e calcolare:

a. per quale produzione il costo unitario è minimo;

b. per quale produzione il ricavo è massimo;

c. per quale produzione il ricavo non è inferiore al costo;

d. per quale produzione l'utile è massimo.

$$\begin{bmatrix} c_u \; minimo \; di \; € \, 110 \; per \; x = 600; R \; massimo \; di \; € \, 200.000 \; per \; x = 1.000; \\ 29 \le x \le 1.393; \; P \; massimo \; di \; € \, 104.777{,}78 \; per \; x = 711 \end{bmatrix}$$

141. Il costo totale relativo alla produzione di un certo bene è $C(x) = 0.3x^2 + 420x + 6.000$ ed il prezzo di vendita dipende dalla quantità prodotta secondo la relazione $p = 1.320 - 0.6x$. Determinare la quantità da produrre per avere il massimo ricavo e quella per avere il massimo profitto. Verificare che in corrispondenza della quantità di massimo profitto, costo marginale e ricavo marginale coincidono. Rappresentare poi graficamente la funzione ricavo, la funzione profitto e costruire il diagramma di redditività. $[R\ max: 1.100; P\ max: 500]$

142. Un'impresa vende un prodotto in condizioni di monopolio e la domanda è data da:

$$x = 330 - 3p$$

Per ogni ciclo di produzione l'impresa sostiene costi fissi di € 1.500 ed un costo di € 50 per unità prodotta. Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo totale, dell'utile e determinare la quantità che consente il massimo ricavo, la quantità che consente il massimo utile ed i limiti di produzione per non essere in perdita.

$$\begin{bmatrix} R\ massimo\ di\ €\ 9.075\ per\ x = 165 \\ P\ massimo\ di\ €\ 1.200\ per\ x = 90 \\ limiti\ di\ produzione\ 30 \leq x \leq 150 \end{bmatrix}$$

143. Il costo totale relativo alla produzione di un certo bene è $C(x) = x^2 + 30.000$ ed il prezzo di vendita dipende dalla quantità prodotta secondo la relazione $p = 2.800 - 1.4x$. Determinare la quantità da produrre per avere il massimo ricavo e quella per avere il massimo profitto. Verificare che in corrispondenza della quantità da produrre per avere il massimo profitto, costo marginale e ricavo marginale coincidono. Costruire poi il diagramma di redditività.

$[R\ max: 1.000; P\ max: 583]$

144. Data la funzione di domanda $x = 1.200 - p$ nell'intervallo $0 < p < 1.200$, calcolare la funzione di elasticità della domanda; in quale intervallo di prezzi la domanda è elastica; il ricavo in funzione del prezzo. Verificare poi che ai valori di p in cui la domanda è elastica corrispondono ricavi decrescenti. $\left[|\varepsilon_d| = \left|\frac{p}{p-1.200}\right|; 600 < p < 1.200; R(p) = 1.200p - p^2\right]$

145. Una sartoria produce abiti da donna e sostiene per la produzione una spesa fissa mensile di € 3.200 ed un costo per stoffa e lavorazione di € 160 per abito prodotto. La domanda è espressa dalla funzione: $x = 240 - 0.8p$. Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo totale, dell'utile e determinare la quantità che consente il massimo ricavo, la quantità che consente il massimo utile ed i limiti di produzione per non essere in perdita.

$$\begin{bmatrix} R\ massimo\ di\ €\ 18.000\ per\ x = 120 \\ P\ massimo\ di\ €\ 720\ per\ x = 56 \\ limiti\ di\ produzione\ 32 \leq x \leq 80 \end{bmatrix}$$

146. Un'impresa sostiene per la produzione di un bene economico i seguenti costi:

- un costo fisso mensile di € 4.000;
- un costo di € 70 per ogni unità prodotta;
- un costo per la lavorazione pari al 10% del quadrato del numero delle unità prodotte.

La domanda del bene è espressa dalla funzione:

$$x = 840 - 1.6p$$

Si chiede di determinare:

a. le funzioni del costo marginale e del costo unitario e calcolare per quale quantità il costo unitario è minimo;

b. la funzione del ricavo e calcolare per quale quantità il ricavo è massimo;

c. la funzione dell'utile netto e calcolare per quale quantità l'utile è massimo ed i limiti di produzione per non essere in perdita.

$$\left[\begin{array}{c} c_u: y = \dfrac{4.000 + 70x + 0.1x^2}{x}; c_u\ minimo\ di\ €\ 110\ per\ x = 200 \\ c_m: y = 70 + 0.2x \\ R(x): y = \dfrac{4.200x - 5x^2}{8}; R\ massimo\ di\ €\ 110.250\ per\ x = 420 \\ P(x) = \dfrac{-29x^2 + 18.200x - 160.000}{40}; P\ massimo\ di\ €\ 67.387{,}9\ per\ x = 314 \\ per\ non\ essere\ in\ perdita\ 9 \le x \le 618 \end{array}\right]$$

147. La domanda di un bene economico è data dalla funzione:

$$x = \frac{4.800 - p^2}{4}$$

Esprimere il ricavo realizzato per la vendita del bene sia in funzione della quantità venduta sia in funzione del prezzo e determinare per quale quantità ed a quale prezzo il ricavo è massimo.

$[R\ massimo\ di\ €\ 32.000\ per\ x = 800\ con\ p = 40]$

148. Per la produzione di una merce un'impresa sostiene un costo totale espresso dalla funzione:

$$C(x) = x^3 - 40x^2 + 420x$$

Il prezzo di vendita del prodotto è di € 532. Determinare e rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità è necessario produrre affinché sia minimo il costo unitario. Trovare sia graficamente mediante la curva del costo marginale, sia analiticamente, per quale produzione l'utile è massimo.

$$\left[\begin{array}{c} c_u minimo\ di\ €\ 20\ per\ x = 20 \\ P\ massimo\ di\ €\ 12.544\ per\ x = 28 \end{array}\right]$$

149. Il prezzo di un certo bene è, in un certo periodo, regolato dalla funzione $p = 800 - 90x$. Il costo unitario di quel prodotto è stato stimato dalla relazione $c_u = \frac{330}{x} + 140$. Calcolare:

a. le funzioni del costo totale e del costo marginale di quel bene;

b. le funzioni del ricavo totale e di quello marginale;

c. la funzione del profitto; $[P(x) = -90x^2 + 660x - 330]$

Studiare poi la funzione del costo unitario, del costo marginale e del ricavo marginale, rappresentandole graficamente.

150. Per la produzione di un bene un'impresa sostiene un costo totale espresso dalla funzione:

$$C(x) = 0.2x^3 - 24x^2 + 1.200x$$

Il prezzo di vendita del prodotto è di € 1.740. Determinare e rappresentare graficamente le funzioni del costo unitario, del costo marginale e la retta del prezzo e calcolare quante unità è necessario produrre affinché l'utile sia massimo. $[P\ massimo\ di\ €\ 97.200\ per\ x = 90]$

151. La funzione del costo totale di un bene è:

$$C(x) = 0.2x^3 - 4x^2 + 32x + 1.600$$

Il prezzo di vendita per unità di prodotto è di € 1.047. Determinare e rappresentare graficamente le funzioni del costo unitario, del costo marginale e calcolare quante unità è necessario produrre affinché sia minimo il costo unitario. Trovare inoltre per quale produzione l'utile è massimo.

$$\begin{bmatrix} c_u minimo\ di\ €\ 112\ per\ x = 20 \\ P\ massimo\ di\ €\ 34.209{,}2\ \ per\ x = 48 \end{bmatrix}$$

152. Di un certo articolo si sa che per un prezzo di € 20 si ha una domanda di 6.000 pezzi. Se il prezzo viene aumentato del 20% la domanda si riduce a 4.000 articoli.

a. Determinare la funzione lineare di domanda e la corrispondente funzione di vendita. $[x_d = 16.000 - 500p; p = 32 - 0.002x]$

b. L'impresa che produce tale articolo sostiene per la sua produzione un costo fisso di € 10.000 al mese e spese variabili pari allo 0.3% del quadrato del numero degli articoli prodotti. Dopo aver determinato la funzione del costo totale, del costo medio, del costo marginale e del ricavo, verificare che la curva del costo marginale passa per il punto di minimo del costo medio. Calcolare inoltre la quantità ottimale da produrre mensilmente affinché il profitto sia massimo ed il prezzo di mercato per tale quantità. $[P\ massimo\ di\ €\ 41.200\ per\ x = 3.200]$

c. Se l'impresa può produrre mensilmente non più di 3.000 articoli, qual è il massimo profitto mensile? $[€\ 41.000]$

153. La funzione costo di una certa produzione è $C(x) = x^2 + 8x + 4$.

a. Determinare la funzione del costo unitario e del costo marginale e rappresentare graficamente le tre curve.

b. Supponendo che il prezzo vari secondo la relazione $p = 320 - 2x$, determinare la funzione profitto e rappresentarla graficamente. Stabilire in particolare la quantità ottimale per avere il massimo profitto. $[P\ massimo\ per\ x = 52]$

c. Calcolare inoltre la quantità che dà il massimo profitto nel caso in cui l'impresa che produce il bene abbia un vincolo di produzione di 45 unità o di 65 unità. $[45;\ 52]$

154. Il costo totale per la fabbricazione di un olio lubrificante è stimato dalla funzione seguente in cui x rappresenta la quantità totale di olio prodotto in quintali: $C(x) = 0.1x^2 + 100$.

a. Determinare la funzione del costo unitario e del costo marginale, descriverne le caratteristiche e rappresentarle graficamente.

b. Scrivere la funzione del ricavo totale per un prezzo al quintale di € 7,25.

c. Rappresentare, nello stesso sistema di riferimento, la funzione costo e la funzione ricavo e determinare l'intervallo di produzione che definisce la zona di utile. $[19 < x < 53]$

d. Calcolare come si modifica la zona di utile se il prezzo diventa € 8.25. $[15 < x < 67]$

155. Per produrre un certo bene si sostengono i seguenti costi: costo fisso mensile di € 15.000; costo per la manodopera di € 25 per ogni unità prodotta; costo per le materie prime pari allo 0.5% del quadrato del numero di unità prodotte.

a. Scrivere le funzioni del costo totale, del costo unitario e del costo marginale e descriverne le caratteristiche.

b. Determinare le funzioni del ricavo totale, del ricavo unitario e del ricavo marginale per un prezzo $p = 35 - 0.015x$.

c. Scrivere l'equazione della funzione profitto.

d. Calcolare la produzione per avere il massimo profitto. Qual è il prezzo unitario di vendita?

$[x = 250; € 31,25]$

156. Un produttore che lavora in regime di monopolio sostiene giornalmente, per la produzione di un certo bene, i seguenti costi: fissi di € 1.000; € 2,40 per ogni unità prodotta; 10% del quadrato del numero di unità prodotte per le materie prime.

a. Scrivere la funzione del costo totale e determinare poi la quantità che si deve produrre per avere il minimo costo unitario. $[x = 100]$

b. Se la domanda di quel bene è regolata dalla legge $x = 14.000 - 500p$, per quale quantità prodotta e venduta si ha il massimo profitto? Qual è il prezzo che corrisponde al massimo profitto? Calcolare infine il costo unitario per tale produzione.

$[x = 125; p = 27,75; € 22,90]$

c. Rispondere alle domande del punto **b.** nel caso in cui il produttore abbia un vincolo di produzione di 100 unità di bene. $[x = 100; p = 27,8; € 22,40]$

157. Per una certa produzione un'azienda sostiene un costo fisso di € 14.000 e dei costi variabili per ogni unità prodotta espressi dalla relazione $450 + 0.4x$.

a. Scrivere le funzioni del costo totale e del costo unitario; descriverne le caratteristiche e rappresentarle graficamente.

b. Se il prezzo unitario di vendita è espresso dalla funzione $p = 1.500 - x$, scrivere l'espressione analitica delle funzioni ricavo e ricavo unitario e rappresentarle graficamente evidenziandone le caratteristiche.

c. Scrivere l'equazione della funzione profitto; calcolare la produzione che dà il massimo profitto ed il prezzo di vendita ottimale di ogni unità di bene. $[x = 750; p = 750]$

158. In regime di monopolio la funzione di offerta è $x_s = 6p - 30$ ed i costi di produzione sono dati da $C(x) = x^2$. Determinare:

a. la funzione di produzione;

b. le funzioni ricavo totale e marginale; $\left[R(x) = \frac{x^2+30x}{6}\right]$

c. la funzione guadagno; $\left[P(x) = \frac{-5x^2+30x}{6}\right]$

d. la quantità che dà il massimo profitto ed il prezzo di mercato per tale valore.

$[x = 3; p = 5{,}50]$

Rappresentare poi graficamente la funzione profitto e calcolare gli intervalli della produzione che determinano un aumento o una diminuzione del profitto.

159. Un artigiano, per valutare il costo della sua produzione settimanale, considera che:

- ha spese fisse di £ 150.000;
- ogni pezzo richiede 10 kg di materiale che costa £ 2.500 al quintale;
- il costo del lavoro dipende dalla quantità x prodotta ed è il seguente:

$240x$	fino a 1.440 pezzi
$320x - 115.200$	da 1.441 a 1.800 pezzi
$350x - 169.200$	per più di 1.800 pezzi.

Il prodotto viene venduto ad un prezzo $p = -\frac{x}{10} + 950$ dipendente dalla quantità x. Si vuole:

a. determinare, in funzione della quantità prodotta, l'espressione del costo totale;

b. avere la rappresentazione grafica della funzione di cui al punto **a.**;

c. determinare la quantità che conviene produrre per avere il massimo guadagno; $[1.800]$

d. calcolare il prezzo di vendita ed il guadagno totale. $[£\ 770; £\ 325.200]$

(Esame di maturità tecnico commerciale sperimentale. Sessione suppletiva 1986)

160. Studiare la variazione della funzione

$$f(x) = -x^3 + 27x^2 - 96x - 200$$

nell'intervallo $0 \le x \le 20$, con x reale, e tracciare il suo grafico in un sistema di assi ortogonali

Oxy. Risolvere poi il seguente quesito.

Un laboratorio artigiano sostiene i seguenti costi giornalieri:

- spesa fissa di £ 200.000;
- spesa di produzione, dipendente dal numero n di oggetti prodotti (con n numero naturale diverso da zero), uguale a $n^2 - 27n + 250$ (espresso in migliaia di lire) per ogni pezzo prodotto.

Determinare il costo totale $C(n)$, espresso in migliaia di lire, per la produzione di n pezzi. Sapendo che ciascun oggetto è venduto a £ 154.000, calcolare il ricavo totale giornaliero espresso in migliaia di lire.

Determinare il guadagno $G(n)$, sempre espresso in migliaia di lire, realizzato con la vendita di n pezzi al giorno.

Utilizzando il grafico della funzione studiata in precedenza, determinare il numero dei pezzi che il laboratorio deve produrre giornalmente per realizzare il massimo guadagno. $[n = 16]$

(Esame di maturità tecnico commerciale sperimentale. Sessione ordinaria 1997)