

## 5. ESERCIZI

### METODO DEI MINIMI QUADRATI

#### LIVELLO BASE

1. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i seguenti valori e calcolare l'indice di scostamento:

X	-2	-1	1	2	4	5
Y	2	6	4	5	4	7

$$[y = 4,15 + 0,35x; I_2 = 0,288]$$

2. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con gli indici di scostamento.

X	1	2	3	4	5
Y	20	34	52	64	80

$$[y = 5 + 15x; I_1 = 0,016; I_2 = 0,022]$$

3. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con il calcolo di  $I_2$ .

X	1	2	3	4	5
Y	40	34	30	26	20

$$[y = 44,4 - 4,8x; I_2 = 0,019]$$

4. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con gli indici di scostamento.

X	1	2	4	7	9	13
Y	8	11,2	14	22	28,8	36

$$[y = 5.72 + 2,38x; I_1 = 0,04; I_2 = 0,047]$$

5. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con gli indici di scostamento.

X	4	5	8	10	13	17
Y	1,2	3,8	11,6	16,8	24,6	35

$$[y = 1,3x - 9,2; I_1 = 0; I_2 = 0, perché?]$$

6. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con gli indici di scostamento.

X	-3	-2	-1	0	1	2
Y	32	22	16	8	2	-8

Tracciare il grafico dei dati rilevati e della retta interpolante.

$$[y = 8,17 - 7,7x; I_1 = 0,07; I_2 = 0,083]$$

7. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i seguenti valori e calcolare l'indice di scostamento:

X	-1	0	2	3	4	6
Y	1	2	5	3	6	7

$$[y = 2,04 + 0,84x; I_2 = 0,216]$$

8. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con gli indici di scostamento.

X	15	20	25	30	35	40	45
Y	12	16	22	26	28	32	32

$$[y = 3 + 0,7x; I_1 = 0,0595; I_2 = 0,0649]$$

9. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'accostamento con gli indici di scostamento.

X	0	2	4	6	8	10	12
Y	24	22	14	14	20	28	18

Tracciare il grafico dei dati rilevati e della retta interpolante e commentare il risultato.

$$[y = 20; I_1 = 0,2; I_2 = 0,239; \text{accostamento non accettabile}]$$

10. Data la seguente tabella sulla superficie forestale media percorsa dal fuoco (in ettari) (da ISTAT Annuario statistico italiano 2012 Tav. 1.12 Fonte: Corpo Forestale dello Stato):

ANNI	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
SUPERFICIE	9,5	9,4	6	7,1	21,4	10,2	13,5	9,5

dopo aver rappresentato graficamente la serie storica, determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta interpolante e stimare il numero di ettari di foresta incendiati per l'anno 2011.

$$[y = 8,286 + 0,56x; 13,4 \text{ ettari}]$$

11. Domanda di un bene (in migliaia di unità vendute) in funzione del prezzo di vendita (in euro):

PREZZO	5	5,5	6	6,5	7	7,5
DOMANDA	160	150	138	132	120	116

Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della retta interpolante. Lo scostamento è accettabile? Tracciare il grafico dei dati rilevati e della retta interpolante.

$$[y = 248,9 - 18x; I_1 = 0,012; I_2 = 0,014]$$

**LIVELLO INTERMEDIO**

12. Nella seguente tabella sono riportati i dati di vendita (in centinaia di pezzi) di un certo articolo in un certo arco di tempo:

MESE	gennaio	febbraio	marzo	aprile	maggio
VENDITA	120	110	130		125

Come si nota, l'addetto alle statistiche è stato piuttosto distratto, perché si è dimenticato di riportare le vendite del mese di aprile. Aiutalo a trovare un valore plausibile per tale mese usando la retta interpolante.

$$[y = 114,57 + 2,43x; \text{Aprile} \approx 124]$$

13. In una data località è stata rilevata la temperatura, sempre alla stessa ora, circa ogni 20 gg. I dati raccolti sono stati riportati in tabella. Trova il trend di questa serie storica e ipotizza una possibile temperatura per il 10 luglio ed il 30 luglio.

DATA	10/03	30/03	20/04	10/05	30/05	20/06
TEMPERATURA (°C)	12,1	13,6	17,5	20	23,4	29,8

$$[y = 7,36 + 3,44x; I_2 = 0,059 \text{ buon accostamento}; 10/07: 31,4^\circ\text{C}; 30/07: 34,9^\circ\text{C}]$$

14. Dai dati della seguente tabella, trovare la parabola interpolante.

X	1	2	3	4
Y	2	1	3	5

$$[y = 3,75 - 2,65x + 0,75x^2]$$

15. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della parabola che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e calcolare l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	-2	-1	0	1	2
Y	8	2	3	6	13

$$[y = 2,4 + 1,4x + 2x^2; I_2 = 0,088]$$

16. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della parabola che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e calcolare l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	-2	-1	0	1	2
Y	11	15	17	14	10

$$[y = 16,4 - 0,3x - 1,5x^2; I_2 = 0,0299]$$

17. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della parabola che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e calcolare l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	0	1	2	3	4
Y	5	1	0	4	10

$$[y = 4,97 - 5,8x + 1,79x^2; I_2 = 0,076]$$

18. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della parabola che interpola i valori

delle variabili X e Y dati nella tabella e calcolare l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	0	1	2	3	4
Y	15	11	10	14	20

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la parabola interpolante.

$$[y = 14,97 - 5,84x + 1,79x^2; I_2 = 0,022]$$

19. Rappresentare graficamente i seguenti punti A(3, 7); B(5, 10); C(7, 11); D(9, 9); E(11, 6) e determinare l'equazione della parabola perequatrice con il metodo dei minimi quadrati.

$$[y = 61,73 - 15,73x + 1,02x^2]$$

20. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della parabola che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e calcolare l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	1	2	3	4	5	6
Y	5	2	1,4	3	5,8	9,2

$$[y = 8,6 - 4,73x + 0,81x^2; I_2 = 0,084]$$

21. Un corpo si muove di moto uniformemente accelerato. I tempi (in secondi) e gli spazi (in metri) rilevati sono:

TEMPI	1	2	3	4	5	6	7
SPAZI	3,6	4,8	7,2	10	14,4	20	30

Verificare se l'ipotesi è accettabile indicando con  $y = a + bt + ct^2$  la legge del moto.

$$[y = 5,2 - 1,85t + 0,75t^2; I_2 = 0,053]$$

22. Vendite di piccoli elettrodomestici in un supermercato:

ANNI	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
N° ELETTRODOMESTICI	1.200	1.000	950	1.000	925	850	850	800

Determinare:

a) l'equazione della retta interpolante;  $[y = 1.157 - 47x; I_2 = 0,051]$

b) l'equazione della parabola interpolante.  $[y = 1.230,8 - 90,92x + 4,91x^2; I_2 = 0,045]$

23. Tassi dei CCT (in percentuale) (ISTAT *Annuario statistico italiano 2012 Tav.20.16*)

ANNI	2007	2008	2009	2010	2011
TASSI	4,15	4,47	1,50	1,66	4,30

Determinare:

a) l'equazione della retta interpolante che individua il trend;  $[y = 3,969 - 0,25x; I_2 = 0,402]$

b) l'equazione della parabola interpolante che individua il trend.

$$[y = 7,85 - 3,58x + 0,56x^2; I_2 = 0,28]$$

Quale curva è più rappresentativa?

## LIVELLO AVANZATO

24. Nell'ultimo mese prima delle elezioni, l'ascolto delle trasmissioni di tribuna politica ha avuto la seguente audience (in migliaia di unità):

SETTIMANA	1	2	3	4
AUDIENCE	1.230	1.850	3.015	4.120

Determinare la funzione esponenziale interpolante.

$$[y = 824,22 \cdot 1,51^x]$$

25. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, la curva esponenziale che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'interpolazione calcolando l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	1	2	3	4	5
Y	2	2,6	3,4	4,2	5,2

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva esponenziale interpolante.

$$[y = 1,6065 \cdot 1,2701^x; I_2 = 0,021]$$

26. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, la curva esponenziale che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'interpolazione calcolando l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	0	1	2	3	4	5
Y	12	11	10,2	9,3	8,4	7,8

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva esponenziale interpolante.

$$[y = 12,0351 \cdot 0,9164^x; I_2 = 0,006]$$

27. Con il metodo dei minimi quadrati determinare l'equazione della curva esponenziale che perequa l'insieme dei seguenti punti: A(20, 110); B(32, 140); C(40, 196); D(48, 284); E(60, 400) e calcolare l'indice di scostamento  $I_2$ . Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva perequatrice.

$$[y = 52,2119 \cdot 1,0345^x; I_2 = 0,05]$$

28. Vendite di autovetture di lusso in un paese europeo:

ANNI	2000	2001	2002	2003	2004	2005
N° AUTOVETTURE	1.100	1.400	2.200	3.700	4.100	6.100

Determinare la funzione esponenziale interpolante, dopo aver rappresentato graficamente i dati.

$$[y = 761,20 \cdot 1,42^x; I_2 = 0,093]$$

29. Fatturato (in milioni di euro) di un'azienda negli anni:

ANNI	2000	2001	2002	2003	2004	2005
FATTURATO	6	8,5	15	30	34	40

Determinare:

- a) l'equazione della retta interpolante;

$$[y = 7,47x - 3,9; I_2 = 0,119]$$

b) l'equazione della curva esponenziale interpolante.  $[y = 4,23 \cdot 1,51^x; I_2 = 0,23]$

Rappresentare graficamente i dati grezzi e le due curve interpolanti.

**30.** Produzione di autocarri (in migliaia):

ANNI	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
N° AUTOCARRI	11	8	8	9	8	8	7	6,5

Determinare:

a) l'equazione della retta interpolante;  $[y = 10,2 - 0,4x; I_2 = 0,0926]$

b) l'equazione della curva esponenziale interpolante.  $[y = 10,285 \cdot 0,948^x; I_2 = 0,0921]$

Quale curva si accosta meglio ai dati rilevati?

**31.** Utili di una azienda (in migliaia di euro):

ANNI	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
SPESE	1.300	1.600	1.900	2.300	2.800	3.400	4.100	4.700	5.100	5.800

Fare la rappresentazione grafica e determinare:

a) l'equazione della retta interpolante;  $[y = 466,67 + 515,15x; I_2 = 0,053]$

b) l'equazione della curva esponenziale interpolante.  $[y = 1.157,49 \cdot 1,185^x; I_2 = 0,069]$

**32.** Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della funzione potenza espressa da  $y = ax^b$  che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'interpolazione calcolando l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	1	2	3	4	5
Y	40	36	30	22	18

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva interpolante.

$$[y = 44,6583 \cdot x^{-0,4888}; I_2 = 0,119]$$

**33.** Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della funzione potenza espressa da  $y = ax^b$  che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'interpolazione calcolando l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	10	15	20	25	30
Y	80	128	182	220	282

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva interpolante.

$$[y = 5,9392 \cdot x^{1,1326}; I_2 = 0,024]$$

**34.** Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della funzione potenza espressa da  $y = ax^b$  che interpola i valori delle variabili X e Y dati nella tabella e verificare la bontà dell'interpolazione calcolando l'indice di scostamento  $I_2$ .

X	1	2	3	4	5	6
Y	252	230	208	200	188	182

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva interpolante.

$$[y = 255,6796 \cdot x^{-0,1854}; I_2 = 0,014]$$

35. Rilevazione della domanda (numero di unità) di un bene in funzione del prezzo(in euro):

PREZZO	5	5,5	6	6,5	7	7.5
DOMANDA	1.100	850	560	470	315	260

Determinare, la curva interpolante di equazione  $y = ax^b$  e la curva interpolante di equazione  $y = a \cdot b^x$ . Quale curva è preferibile? Rappresentare graficamente i dati rilevati e le curve interpolanti.  $[y = 409.205,58 \cdot x^{-3,6558x}, I_2 = 0,052; y = 21.138,77 \cdot 0,5531^x, I_2 = 0,045]$

36. Dopo aver rappresentato graficamente la seguente distribuzione delle variabili X e Y:

X	2	4	6	8	10
Y	15	12	10	7	3

esaminare in base agli indici di scostamento, quale fra le seguenti linee interpolanti:

- a) retta;
- b) curva esponenziale di equazione  $y = a \cdot b^x$
- c) curva di equazione  $y = a \cdot x^b$

rappresenta meglio la distribuzione se si applica il metodo dei minimi quadrati per la determinazione dei parametri.

$$[a) y = 18,1 - 1,5x; I_2 = 0,05; b) y = 25,4159 \cdot 0,8287^x; I_2 = 0,162; c) y = 33,5222 \cdot x^{-0,8507}; I_2 = 0,252]$$

37. Dopo aver rappresentato graficamente la seguente distribuzione delle variabili X e Y:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	8	9	11	13,5	17	21	26

esaminare in base agli indici di scostamento, quale fra le seguenti linee interpolanti:

- a) retta;
- b) curva esponenziale di equazione  $y = a \cdot e^{mx}$
- c) parabola

rappresenta meglio la distribuzione se si applica il metodo dei minimi quadrati per la determinazione dei parametri.

$$[a) y = 3,07 + 3x; I_2 = 0,088; b) y = 6,18 \cdot e^{0,2024x}; I_2 = 0,023; c) y = 7,64 - 0,05x + 0,38x^2; I_2 = 0,0039]$$

38. Data la seguente tabella della spesa al botteghino per rappresentazioni teatrali e musicali (in milioni di euro)(ISTAT *Annuario statistico italiano 2012 Tav.8.10*)

ANNI	2006	2007	2008	2009	2010
SPESA	536	615	601	637	641

determinare le funzioni interpolanti: a) lineare; b) quadratica; c) esponenziale; d) potenza. In base all'indice quadratico di scostamento decidere quale funzione è preferibile.

$$\left[ \begin{array}{l} a) y = 536,4 + 23,2x; I_2 = 0,0314; \quad b) y = 486,4 + 66x - 7,1x^2; I_2 = 0,0244 \\ c) y = 537,51 \cdot 1,04^x; I_2 = 0,0323; \quad d) y = 546,64 \cdot x^{0,106}; I_2 = 0,0241; \text{meglio d o b} \end{array} \right]$$

39. Numero aziende agricole di una certa nazione:

ANNI	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
N° AZIENDE	4.100	9.000	10.800	17.400	31.100	43.700	49.200

Fare la rappresentazione grafica e determinare la curva che meglio esprime il trend.

$$[y = 1.642,86 + 1.254,76x + 847,62x^2; I_2 = 0,105]$$

40. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della curva esponenziale espressa da  $y = a \cdot e^{mx}$  perequatrice dei dati nella tabella seguente:

X	3	5	8	10	14
Y	2,1	3,9	6,3	10,2	16,3

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva esponenziale.

$$[y = 1,41 \cdot e^{0,1838x}; I_2 = 0,147]$$

41. Determinare, col metodo dei minimi quadrati, l'equazione della curva esponenziale espressa da  $y = a \cdot e^{mx}$  perequatrice dei dati nella tabella seguente:

X	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Y	72	56	44	36	30	26	20	16

Rappresentare graficamente i dati rilevati e la curva esponenziale.

$$[y = 85,31 \cdot e^{-0,4152x}; I_2 = 0,035]$$

42. Rilevazione della quantità venduta di un bene rispetto al prezzo di vendita (in euro):

PREZZO	1	2	3
QUANTITÀ	12	9	7

Determinare, col metodo dei minimi quadrati, la funzione perequatrice  $y = a + \frac{b}{x}$ .

$$\left[ y = 4,96 + \frac{7,15}{x} \right]$$

43. Rilevazione della quantità venduta di un bene rispetto al prezzo di vendita (in euro):

PREZZO	10	10,2	10,5	11	11,4
QUANTITÀ	400	368	350	340	320

Determinare, col metodo dei minimi quadrati, la funzione perequatrice  $y = a + \frac{b}{x}$ .

$$\left[ y = \frac{5.692,8}{x} - 181,69 \right]$$

44. Rilevazione della quantità venduta di un bene rispetto al prezzo di vendita (in euro):



PREZZO	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
QUANTITÀ	300	290	275	255	245	220	200

Determinare, col metodo dei minimi quadrati:

a) la retta perequatrice;

$$[y = 406,07 - 33,57x; I_2 = 0,0156]$$

b) l'iperbole di equazione  $y = a + \frac{b}{x}$ .

$$\left[ y = 118,17 + \frac{584,1}{x}; I_2 = 0,0397 \right]$$

Quale funzione è più rappresentativa?

45. Sono stati rilevati i seguenti dati relativamente alla domanda e all'offerta di un certo bene:

PREZZO (LIRE)	1.000	1.100	1.200	1.300	1.400	1.500	1.600
DOMANDA (N° PEZZI)	600	580	550	510	490	440	400
OFFERTA (N° PEZZI)	415	460	500	520	560	600	630

Nell'ipotesi che la funzione rappresentativa della domanda sia del tipo  $y = a + \frac{b}{x}$  e quella

dell'offerta sia invece del tipo  $y = a + bx$ :

a) determinare tali funzioni e rappresentarle graficamente;

b) determinare il prezzo di equilibrio.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1988)

$$\left[ \begin{array}{l} \text{domanda: } y = 94,88 + \frac{526.651,16}{x}; I_2 = 0,0318 \\ \text{offerta: } y = 69,11 + 0,35x; I_2 = 0,0097; p = 1.264 \text{ per } y = 511,5 \end{array} \right]$$

46. Il candidato dopo aver trattato delle relazione esistente tra la domanda ed il prezzo di una merce risolva il seguente esercizio.

Da un'indagine statistica un'azienda ha rilevato i valori della quantità richiesta di un prodotto al variare del prezzo P:

PREZZO (LIRE)	200	250	300	350	400	450	500
QUANTITÀ	2.200	1.900	1.500	1.300	1.000	400	100

Determinare l'equazione della retta perequatrice che esprime la funzione della domanda e rappresentarla graficamente. Determinare poi il coefficiente di elasticità della domanda quando il prezzo varia da 300 a 400.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1988)

$$[y = 3.650 - 7x; I_2 = 0,0704; \varepsilon_d = 1]$$

47. Da un'indagine sulle spese annue delle famiglie per beni di seconda necessità rispetto al reddito annuo, si sono rilevati i dati di sei famiglie tipo ed i risultati dell'indagine sono i seguenti:

FAMIGLIE	A	B	C	D	E	F
REDDITI (MILIONI)	20	30	35	45	50	60
SPESE (MILIONI)	2	2,4	4	10,8	17	24

Dopo aver descritto il metodo dei minimi quadrati, individuare e calcolare, mediante tale metodo,

la funzione interpolante più idonea a rappresentare la funzione data.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1995)

$$\left[ \begin{array}{l} \text{esponenziale: } y = 0,3917 \cdot 1,0733^x; I_2 = 0,2112; \\ \text{parabola: } y = 6,0929 - 0,5143x + 0,0138x^2; I_2 = 0,11; \\ \text{retta: } y = 0,5905x - 13,5857; I_2 = 0,0388 \\ \text{sarebbe migliore la retta, ma il primo valore perequato sarebbe} \\ \text{negativo, quindi la parabola dà un accostamento migliore} \end{array} \right]$$

48. La seguente tabella riporta l'altezza media di un bambino di età compresa tra i 6 mesi e i 33 mesi ( $x$ =età in mesi,  $y$ =altezza media in cm).

X	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
Y	66	71	74	77	80	83	85	88	90	92

Rappresentare i punti della serie statistica  $(x, y)$  in un riferimento ortogonale  $Oxy$ . Determinare l'equazione della retta interpolante i punti  $(x, y)$  dati con il metodo dei minimi quadrati e rappresentarla nello stesso riferimento ortogonale  $Oxy$ . Calcolare le coordinate del punto M rappresentativo dei primi 5 punti del diagramma di dispersione e le coordinate del punto N rappresentativo degli ultimi 5 punti. Determinare l'equazione della retta passante per i punti M e N e tracciare il suo grafico nello stesso riferimento. Determinare, utilizzando sia la retta passante per M e N sia la retta dei minimi quadrati:

- l'altezza media di un bambino di 3 anni;
- a quale età l'altezza media di un bambino è di 75 cm.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1997)

$$\left[ \begin{array}{l} y = 0,9374x + 62,32; I_2 = 0,011091; \text{retta MN: } y = 0,9333x + 62,4; I_2 = 0,011097 \\ y(36) = 96,07 \text{ con la prima retta; } y(36) = 96 \text{ con la seconda;} \\ x = 13,53 \text{ mesi con la prima retta; } x = 13,5 \text{ mesi con la seconda} \end{array} \right]$$

## REGRESSIONE E CORRELAZIONE

### LIVELLO BASE

49. Determinare il coefficiente di correlazione lineare delle variabili:

X	2	4	8	10	12
Y	10	12	13	20	25

$$[r = 0,92]$$

50. Determinare il coefficiente di correlazione lineare delle variabili:

X	1	3	6	10	15
Y	30	20	25	18	10

$$[r = -0,89]$$

51. Sono stati scelti 6 individui ed è stata provata loro la pressione sanguigna:

ETÀ	20	30	40	50	60	70
PRESSIONE MASSIMA	125	142	135	160	145	148

Trovare le rette di regressione ed il coefficiente di correlazione lineare.

$$[y = 123,34 + 0,43x; x = 1,06y - 105,48; r = 0,6705]$$

52. Relazione tra quantità di concimi utilizzati (in Kg) e quantità di cereali raccolti (in quintali):

CONCIME	10	15	20	25	35
CEREALI	80	100	150	180	190

Si chiede di:

- Tracciare il diagramma a dispersione.
- Determinare l'equazione delle rette di regressione e rappresentarle graficamente.
- Calcolare il coefficiente di correlazione di Bravais-Pearson, indicando la parte di varianza spiegata.

$$[y = 40,68 + 4,73x; x = 0,19y - 5,06; r = 0,938; \delta = 88,05\%]$$

53. Viene condotta un'indagine per scoprire se e come le spese per la ricerca influenzano il profitto di un'impresa. Si riportano i risultati (in migliaia di euro) di un campione di 4 aziende:

IMPRESA	UTILE U	SPESE S
1	100	40
2	200	40
3	80	30
4	100	50

Scrivere l'espressione dell'utile in funzione della spesa utilizzando la retta di regressione.

$$[U = 80 + S]$$

54. Prezzi al lotto (in euro) di una merce rispetto al numero di pezzi difettosi:

N° PEZZI DIFETTOSI	2	5	10	13	20
PREZZI	125	100	80	75	60

Determinare le equazioni delle rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare. Rappresentare graficamente i dati rilevati e le rette. Si può dire che il modello della regressione lineare rappresenti bene la relazione?

$$[y = 122,09 - 3,41x; x = 33,48 - 0,27y; r = -0,9537; \delta = 0,9095]$$

55. Fatturato e spese (in milioni di euro) di un'azienda:

ANNI	2006	2007	2008	2009	2010
FATTURATO	3.300	2.800	3.400	3.600	3.400
SPESE	2.000	1.800	2.400	2.500	2.400

Determinare le rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson.

$$[y = 0,92x - 805; x = 1.309,24 + 0,9y; r = 0,907]$$

56. Si misurano le ore di studio effettuate a casa sulla materia matematica da 4 studenti (in un anno

scolastico) e si confrontano con le rispettive medie di valutazione ottenute:

ORE STUDENTE	150	200	84	25
MEDIA OTTENUTA	7	8,4	5,3	4,3

Calcolare il coefficiente di correlazione lineare e trovare l'equazione della retta di regressione che mette in relazione le ore studiate coi risultati ottenuti.  $[y = 3,537 + 0,0236x; r = 0,9947]$

57. Numero di rappresentanti e numero dei clienti di 5 ditte:

DITTA	A	B	C	D	E
N° RAPPRESENTANTI	15	20	30	35	45
N° CLIENTI	200	250	280	370	550

Fare il diagramma a dispersione. Determinare le equazioni delle rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare.  $[y = 12,02 + 10,96x; x = 1,79 + 0,08y; r = 0,951]$

58. L'Assessorato al turismo di una cittadina balneare effettua una rilevazione delle precipitazioni (in mm) del mese di agosto di 5 anni successivi e delle presenze turistiche (in migliaia) nello stesso periodo:

PRECIPITAZIONI	68	45	152	225	38
PRESENZA	25	29	18	15	39

Calcolare il coefficiente di correlazione e indicare di che correlazione si tratta; costruire un grafico a dispersione; calcolare e rappresentare graficamente le equazioni delle rette di regressione.  $[y = 36,17 - 0,104x; x = 294,71 - 7,5y; r = -0,883]$

59. Numero di matrimoni secondo il rito di celebrazione in un Comune:

ANNI	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
CIVILI	58	57	55	59	63	68	70
RELIGIOSI	232	222	220	217	212	212	190

Determinare le rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson. Commentare i risultati.

$$[y = 328,4 - 1,85x; x = 139,13 - 0,36y; r = -0,817; \text{discreta correlazione inversa}]$$

60. Si formula l'ipotesi che esista una dipendenza lineare fra le dosi di un antibiotico e il numero di bacilli di una malattia. Rilevazioni indicano:

DOSI DI ANTIBIOTICO	250	500	1.000	1.250	1.500
N° BACILLI	20	12	8	6	4

Dopo aver tracciato un diagramma a dispersione, determinare e rappresentare graficamente le rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione di Bravais-Pearson. Si può accettare l'ipotesi?  $[y = 20,47 - 0,012x; x = 1.681,25 - 78,125y; r = -0,953; \text{Si: } \delta = 0,9084]$

61. Voti medi riportati in alcune prove scritte di inglese e matematica:

ALUNNI	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

INGLESE	6,5	8	4	5	6	7	9	5	4,4	5,5
MATEMATICA	9	5	8	7	4	6	6,5	8,5	9	7,5

Determinare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson. Che cosa si può dedurre dai dati ricavati?

$$[r = -0,51; \text{scarsa correlazione}]$$

62. Si vuole confrontare la precisione di due bilance. Si eseguono 10 coppie di misurazioni con pesi diversi riportando i valori indicati dalle due bilance per ciascun peso:

PESO REALE	1,2	2,3	0,8	9,4	8,2	5,5	6,7	3,8	8,7	9,8
BILANCIA 1	2,0	2,2	1,7	7,8	7,0	5,3	7,0	3,0	7,5	8,0
BILANCIA 2	1,3	2,5	1,0	9,2	8,0	5,6	6,6	3,5	8,8	10,0

Calcolare i coefficienti di correlazione lineare tra misurazione e peso reale per entrambe le bilance.

$$[r = 0,983; r = 0,999]$$

63. Reddito e spese medie annue sostenute per il tempo libero da 7 persone:

REDDITO	12	17	20	22	24	27	32
SPESE	4	4,6	1	1	4	1,4	5

determinare il coefficiente di correlazione lineare e decidere, anche utilizzando il grafico, se il modello della regressione lineare è accettabile.

$$[r = 0 \text{ non esiste correlazione lineare}]$$

64. Una fabbrica di lampadine vuole appurare se la luminosità delle proprie lampadine decresce con il tempo di utilizzo delle stesse. Per fare questo vengono effettuate alcune misurazioni della luminosità su 5 lampadine che sono rimaste accese per tempi diversi:

ORE UTILIZZO	250	500	750	1.000	1.250
LUMINOSITÀ	5.290	4.609	4.276	4.040	3.720

Calcolare il coefficiente di correlazione.

$$[r = 0,727]$$

65. Capitale investito e fatturato (in milioni di euro) di 6 ditte:

DITTE	A	B	C	D	E	F
CAPITALE INVESTITO	98	122	150	171	191	327
FATTURATO	132	572	444	326	616	988

Determinare e rappresentare graficamente le rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson.

$$[y = 3,13x - 39,99; x = 52,62 + 0,24y; r = 0,8698]$$

66. Fatturato e utili (in milioni di euro) di un'azienda:

ANNI	2001	2002	2003	2004	2005
FATTURATO	660	670	710	740	760
UTILI	60	80	75	90	100

Determinare le rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-

Pearson.

$$[y = 0,31x - 137,65; x = 504,62 + 2,51y; r = 0,8806]$$

67. Reddito e risparmio di sette famiglie tipo:

FAMIGLIA	A	B	C	D	E	F	G
REDDITO	20	22	30	36	40	54	64
RISPARMIO	0,8	1,2	2,4	3	4	5	6

Determinare la retta di regressione lineare del risparmio rispetto al reddito ed indicare la “bontà” del modello. Si può valutare il risparmio per un reddito di 50? E per un reddito di 100?

$$[y = 0,12x - 1,24; r = 0,977; \text{Sì per 50, No per 100}]$$

68. Prezzi all’origine e al dettaglio di alcuni tipi di verdure:

VERDURE	Melanzane	Cavolfiori	Peperoni	Carote	Fagiolini
PREZZI ALL’ORIGINE	0,48	1,05	1,41	1,95	3,33
PREZZI AL DETTAGLIO	2,04	3,78	4,65	5,22	8,19

Determinare la retta di regressione dei prezzi al dettaglio rispetto ai prezzi all’origine e calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson.

$$[y = 1,38 + 2,06x; r = 0,9918]$$

69. Fatturato e spese (in milioni di euro) di un’azienda:

ANNI	2006	2007	2008	2009	2010
FATTURATO	210	290	350	390	420
SPESE	22	32	40	47	56

Determinare le rette di regressione e calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson. Commentare i risultati.

$$[y = 0,15x - 11,98; x = 84,27 + 6,29y; r = 0,986; \text{ottima correlazione diretta}]$$

### LIVELLO INTERMEDIO

70. Si sono rilevati redditi e risparmi annui (in migliaia di euro) di 5 famiglie con reddito superiore alla media nazionale:

FAMIGLIA	REDDITO	RISPARMIO
1	80	10
2	60	15
3	40	3
4	50	3
5	50	8

Calcolare: la retta di regressione del risparmio sul reddito e quale risparmio ci si deve aspettare da una famiglia con reddito pari a 70.

$$[y = 0,2x - 3,52; € 10.630]$$

71. In cinque aziende sono stati rilevati il numero dei dipendenti e lo stipendio annuo dei dirigenti (in migliaia di euro):

AZIENDA	1	2	3	4	5
N° DIPENDENTI (X)	21	17	35	29	27

STIPENDIO (Y)	50	45	75	62	58
---------------	----	----	----	----	----

- a) Calcolare la media e la mediana del numero di dipendenti.  $[M = 25,8; Me = 27]$
- b) Calcolare la media e la mediana degli stipendi dei dirigenti.  $[M = 58; Me = 58]$
- c) E' ragionevole assumere un modello lineare per interpretare la relazione tra X e Y?  $[Sì; r = 0,99]$

- 72.** Lo sviluppo di una pellicola fotografica è dovuto essenzialmente ad una reazione chimica nella soluzione fotosensibile; la reazione risulta tanto più rapida quanto più elevata è la temperatura del bagno di sviluppo. Alcune rilevazioni sono riportate in tabella:

TEMPERATURA (°C)	13	15	18	20	21	24	27
MINUTI	10	8	6	5	4,5	3,5	25,5

- a) Costruire il diagramma di dispersione considerando come variabile indipendente  $x$  la temperatura.
- b) Calcolare l'equazione della retta di regressione di  $y$  rispetto a  $x$ .  $[y = 15,91 - 0,52x]$
- c) Stimare il tempo di sviluppo necessario ad una temperatura di 23°C.  $[3,9 \text{ min}]$

- 73.** Il numero di computer portatili venduti in un anno in un punto vendita informatico è stato:

PREZZO (IN EURO)	400	900	1.100	1.200	1.400
N° PORTATILI	300	270	250	240	218

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a meno di un centesimo.  $[r = -0,99]$
- b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime il numero di portatili in funzione del prezzo, con i coefficienti arrotondati a meno di un centesimo.  $[y = 336,29 - 0,08x]$
- c) Sulla base del modello stabilito, stimare il numero dei portatili di costo € 1.000 che il punto vendita può aver venduto.  $[256]$

- 74.** Da un'indagine statistica, sono stati rilevati i seguenti dati:

ANNI	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
N° AZIENDE	1.510	1.510	1.500	1.500	1.410	1.400	1.350
N° OCCUPATI	17.800	17.800	17.900	18.000	18.900	19.000	19.200
FATTURATO	1.500	1.550	1.550	1.450	1.750	1.800	1.850

Esaminare se esiste correlazione lineare tra numero di aziende e occupati, tra numero di aziende e fatturato, fra occupati e fatturato.  $[ottima negativa; ottima negativa; ottima diretta]$

- 75.** A quattro uomini sono state rilevate età (in anni) e numero di pulsazioni sotto sforzo al minuto:

ETÀ	20	30	40	50
N° PULSAZIONI	190	177	170	165

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a

meno di un centesimo.

$$[r = -0,96]$$

- b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime le pulsazioni in funzione dell'età.

$$[y = 204,2 - 0,82x]$$

- c) Sulla base del modello stabilito, stimare il numero di pulsazioni sotto sforzo, al minuto, di un uomo di 65 anni.

$$[151]$$

- 76.** Il numero di clienti di un'azienda in cinque anni consecutivi è stato:

ANNI	2001	2002	2003	2004	2005
N° ANNO	1	2	3	4	5
N° CLIENTI	130	136	140	145	152

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a meno di un millesimo.

$$[r = 0,996]$$

- b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime il numero di clienti in funzione degli anni.

$$[y = 5,3x + 124,7]$$

- c) Sulla base del modello stabilito, stimare il numero dei clienti che l'azienda potrà avere nel 2010.

$$[178]$$

- 77.** In un ospedale: si sono rilevati per sei giorni consecutivi a, a partire da lunedì, i nuovi casi registrati di infezioni relative ad un certo virus:

GIORNO	lunedì	martedì	mercoledì	giovedì	venerdì	sabato
N° GIORNO	1	2	3	4	5	6
N° INFEZIONI	4	2	8	12	12	20

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a meno di un centesimo.

$$[r = 0,94]$$

- b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime le infezioni in funzione del giorno di osservazione, arrotondando i coefficienti a meno di un decimo.

$$[y = 3,3x - 1,7]$$

- c) Sulla base del modello stabilito, stimare il numero di infezioni che si possono prevedere per il giovedì della settimana successiva.

$$[34]$$

### LIVELLO AVANZATO

- 78.** Nei primi 4 mesi dalla creazione di un blog, il numero dei visitatori mensili è stato:

MESI	1	2	3	4
N° VISITATORI	120	150	180	220

- a) Rappresentare graficamente il diagramma a dispersione.

- b) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione rappresentata, arrotondando il risultato a meno di un millesimo.

$$[r = 0,997]$$



c) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime il numero di visitatori in funzione dei mesi trascorsi.  $[y = 33x + 85]$

d) Sulla base del modello stabilito, determinare il primo mese a partire dal quale il numero di visitatori sarà superiore a 450.  $[12^{\circ}]$

**79.** Il consumo di elettricità nel settore dei trasporti urbani e ferroviari (espresso in TWh) è stato:

ANNI	2000	2002	2004	2008	2010
N° ANNO	1	3	5	9	11
CONSUMO	7,6	9,4	11,2	10,9	11,1

a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a meno di un centesimo.  $[r = 0,81]$

b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime il consumo in funzione del numero che identifica l'anno, con i coefficienti arrotondati a meno di un centesimo.

$$[y = 0,3x + 8,28]$$

c) Sulla base del modello stabilito, stimare il consumo del 2013, arrotondando il risultato alla prima cifra decimale.  $[12,5]$

**80.** Una ditta ha acquistato un macchinario del costo di € 40.000 nell'anno 2001; il valore (in euro) di tale macchinario negli anni successivi è:

ANNI	2001	2002	2003	2004	2005
N° ANNO	0	1	2	3	4
VALORE	40.000	32.000	26.000	22.000	16.500

a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a meno di un centesimo.  $[r = -0,99]$

b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime il valore del macchinario in funzione degli anni trascorsi dall'acquisto.  $[y = 38.700 - 5.700x]$

c) Sulla base del modello stabilito, stimare il valore del macchinario nel 2006 e stabilire da quale anno il valore del macchinario sarà inferiore a € 5.000.  $[€ 10.200; dal 2007]$

**81.** Uso del telefono fisso e cellulare in un paese (in %):

ANNI	2001	2002	2003	2004	2005	2006
FISSO (X)	90	91	88	87	85	83
CELLULARE (Y)	27	43	56	65	73	75

a) Determinare le rette che indicano il trend di ogni serie storica.

$$[x = 92,73t - 1,54; y = 9,69t + 22,6]$$

b) Determinare le rette di regressione fra le due variabili.

$$[y = 538,11 - 5,51x; x = 95,45 - 0,14y]$$

c) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson.  $[r = -0,89]$

82. La percentuale di automobili monovolume vendute in un anno da un concessionario è:

ANNI	2001	2002	2003	2004	2005
N° ANNO	1	2	3	4	5
% VENDITE	8	9	10	13	14

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare della distribuzione, arrotondando il risultato a meno di un centesimo.  $[r = 0,98]$
- b) Scrivere l'equazione della retta di regressione che esprime la percentuale di vendite in funzione degli anni.  $[y = 1,6x + 6]$
- c) Sulla base del modello stabilito:
- stimare la percentuale di monovolume vendute nel 2006;  $[15,6\%]$
  - stabilire da quale anno la percentuale di monovolume sarà superiore al 20%.  $[2009]$

83. Fatturato (in milioni di euro) e personale di una società:

ANNI	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
FATTURATO (X)	1.300	1.290	1.400	1.500	1.400	1.600	1.900	2.500
PERSONALE (Y)	8.250	7.900	7.850	7.700	7.300	13.500	13.300	14.000

- d) Determinare le rette che indicano il trend di ogni serie storica.  $[x = 142,26t + 971,07; y = 997,62t + 5.485,71]$
- e) Determinare le rette di regressione fra le due variabili.  $[y = 5,93x + 420,31; x = 0,11y + 521,95]$
- f) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson.  $[r = 0,805]$

84. Spazi di frenata (m) a seconda della velocità (Km/h):

VELOCITÀ	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
SPAZIO DI ARRESTO	8	11	15	20	26	34,5	46	62,5	84	113	152

Esaminare se il modello della regressione lineare è accettabile ed in caso affermativo determinare la retta di regressione dello spazio di arresto rispetto alla velocità; in caso contrario, dal grafico, formulare l'ipotesi su una funzione non lineare che rappresenti la relazione.

$$[y = 2,5447 \cdot 1,0296^x; I_2 = 0,012]$$

85. In cinque compagnie aeree sono rilevati i dati riportati in tabella, riferiti ad un medesimo intervallo di tempo:

y	$x_1$	$x_2$
10	10	10
10	20	12
30	60	6
40	100	16
110	210	2

Essi rappresentano, con opportune unità di misura:

- il profitto realizzato da ciascuna compagnia ( $y$ );
- il numero di aerei che ogni compagnia possiede ( $x_1$ );
- la tariffa di volo applicata standardizzata ( $x_2$ ).

Si chiede:

- di disegnare i due diagrammi di dispersione della variabile  $y$  rispetto alla variabile  $x_1$  ed alla variabile  $x_2$ ;
- di approssimare ciascun diagramma con una retta interpolante ottenuta con il metodo dei minimi quadrati;
- di valutare la rappresentatività di ciascuna retta mediante il calcolo del coefficiente di correlazione;
- di esprimere un giudizio sul modo in cui i due caratteri, numero di aerei e tariffe, influenzano il carattere profitto;
- di indicare come si modificano le due rette interpolanti qualora si consideri la variazione della  $x_1$  e, rispettivamente, della  $x_2$ , in relazione alla variazione della  $y$ ;
- di valutare se il diagramma di dispersione dei caratteri  $x_2$  e  $y$  potrebbe essere meglio approssimato da una funzione non lineare; in tal caso si facciano ipotesi e si indichi il metodo da seguire per calcolare i coefficienti di tale funzione.

*Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1981)*

- b)  $y = 0,5x - 0,31$ ;  $I_2 = 0,137$ ;  $y = 85,68 - 4,97x$ ;  $I_2 = 0,7$  acc. non accettabile;  
 c)  $r = 0,989$  e  $\delta = 0,978$  buona correlazione diretta;  
 $r = -0,651$  e  $\delta = 0,424$  scarsa correlazione lineare negativa;  
 d)  $X_1$  influenza  $Y$  in senso positivo,  $X_2$  in senso negativo;  
 e)  $x_1 = 2,35 + 1,94y$ ;  $x_2 = 12,61 - 0,085y$ ;  
 f) parabola:  $y = 159,25 - 28,43x + 1,32x^2$ ;  $I_2 = 0,087$*

**86.** La composizione del Parlamento Italiano al 15 marzo 1975 risultava:

GRUPPI PARLAMENTARI	CAMERA DEI DEPUTATI (DEPUTATI)	SENATO DELLA REPUBBLICA (SENATORI)
DEMOCRATICO CRISTIANO	265	136
COMUNISTA	175	83
SOCIALISTA ITALIANO	61	36
M.S.I. – DESTRA NAZIONALE	55	26
SOCIALISTA DEMOCRATICO	29	12
LIBERALE	20	10
REPUBBLICANO	15	-
SINISTRA INDIPENDENTE	-	10
MISTO	10	9

Il candidato dovrà:

- rappresentare graficamente, nel modo che ritiene più opportuno, i dati della tabella;

- b) rappresentare il diagramma di dispersione dei valori della tabella e valutare l'ipotesi di una correlazione lineare tra i due insiemi di dati; esprimere quindi tale correlazione mediante un indice numerico;
- c) ricavare dalla tabella la retta di regressione del primo insieme di dati rispetto al secondo e la retta di regressione del secondo rispetto al primo; riportare, quindi, entrambe le rette nel diagramma di dispersione e commentare il risultato ottenuto.

*Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1981)*

$$\left[ \begin{array}{l} a) \text{ ortogramma o a settori circolari;} \\ b) r = 0,9927 \text{ ottima correlazione lineare diretta;} \\ c) y = 0,496x + 1,038; x = 1,986y - 1,04 \end{array} \right]$$

87. Lo sviluppo dell'insegnamento superiore può essere studiato in concomitanza con diversi fattori. Una delle relazioni è quella tra reddito e tassi di scolarità. Con i dati della seguente tabella:

REDDITO NETTO PRO CAPITE (MILIONI)	TASSI DI SCOLARITÀ (SCUOLE SUPERIORI)
13	6,7
16	8,7
19	12,3
18	11,0

considerato il reddito come variabile indipendente ( $x$ ) ed i tassi di scolarità come variabile dipendente ( $y$ ):

- 1) rappresentare graficamente i valori;
- 2) calcolare la retta di regressione  $y$  su  $x$  con il metodo dei minimi quadrati;
- 3) stimare i tassi di scolarità risultanti dall'equazione per ogni valore di  $x$  dato;
- 4) stimare il tasso di scolarità relativo ad un reddito medio di 20 milioni;
- 5) calcolare l'errore standard della stima;
- 6) calcolare il coefficiente di correlazione lineare  $r$ .

*Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1986)*

$$\left[ \begin{array}{l} 2) y = 0,926x - 5,607; \quad 4) y(20) \cong 12,92; \\ 5) \sigma \cong 0,3289; \quad 6) r = 0,9882 \end{array} \right]$$

88. La seguente tabella riporta l'altezza (in centimetri) e il peso (in chilogrammi) dei 16 componenti della squadra di calcio di un Istituto Tecnico.

ALTEZZA	PESO	ALTEZZA	PESO	ALTEZZA	PESO	ALTEZZA	PESO
183	80	171	68	177	75	174	73
178	74	181	80	176	73	176	73
175	74	169	66	180	77	178	76
181	76	175	72	178	75	180	80

Dopo aver brevemente introdotto il concetto di correlazione statistica, si risolvano i seguenti

quesiti:

- rappresentare, in un sistema di assi cartesiani ortogonali  $Oxy$ , il diagramma di dispersione relativo ai dati della tabella precedente;
- determinare l'equazione della retta di regressione  $y = a + bx$  con il metodo dei minimi quadrati ( $y$  = peso in Kg;  $x$  = altezza in cm);
- calcolare il coefficiente di correlazione lineare di Bravais;
- rappresentare, sul grafico di cui al punto a), la retta di regressione trovata;
- dire se la retta di regressione trovata passa per il punto (177; 74,5), giustificando la risposta.

*Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1997)*

[ *b)  $y = 0,995x - 101,649$ ; c)  $r = 0,9464$  buona correlazione positiva;  
e) Sì, è il baricentro della distribuzione* ]

- 89.** Nove studenti universitari, scelti a campione, sono stati classificati secondo i voti conseguiti in due esami differenti, tra i quali sussiste una certa relazione logica. I dati sono riportati nella seguente tabella:

STUDENTI	A	B	C	D	E	F	G	H	I
VOTO DI ECONOMIA (X)	18	23	26	23	22	19	18	20	21
VOTO DI MATEMATICA (Y)	22	21	30	18	24	18	23	19	24

Dopo aver esposto i possibili criteri per adattare una retta e rappresentare una nuvola di punti, si eseguono le seguenti elaborazioni statistiche:

- rappresentare il diagramma di dispersione dei voti delle due materie;
- determinare l'indice di correlazione lineare di Bravais-Pearson, specificandone il suo significato statistico;
- determinare le due rette di regressione e calcolare l'indice di determinazione;
- rappresentare le due rette di regressione sul grafico di cui al punto 1;
- sulla base del modello di regressione ottenuto, stimare il voto di matematica corrispondente al voto di economia  $x = 25$  ed il voto di economia corrispondente al voto di matematica  $y = 27$ .

*Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1998)*

[ *2.  $r = 0,4934$  modesta correlazione positiva;  
3.  $y = 0,7012x + 7,3081$ ;  $x = 0,3472y + 13,4341$ ;  
5.  $y(25) \cong 24,84$ ;  $x(27) \cong 22,81$*  ]