

4. ESERCIZI

PROBLEMI DI PROGRAMMAZIONE LINEARE IN DUE VARIABILI

LIVELLO BASE

- Un'industria fabbrica due prodotti P_1 e P_2 utilizzando due materie prime M_1 e M_2 . Per ogni unità di P_1 occorrono 5 Kg di M_1 e 6 Kg di M_2 ; per ogni unità di P_2 occorrono 7,5 Kg di M_1 e 4 Kg di M_2 . Per un certo periodo di lavorazione, l'industria dispone di 30 q di M_1 e di 24 q di M_2 . Determinare la combinazione produttiva più conveniente, sapendo che l'utile unitario di P_1 è di € 15 e di P_2 è di € 12.
[Max utile € 6.480 per 240 unità di P_1 e 240 unità di P_2]
- Un autotrasportatore possiede un automezzo che ha portata massima di 36 q e capacità massima di 90 m³ e può trasportare due tipi di merce M_1 e M_2 . La merce M_1 occupa 1,8 m³/q e la merce M_2 occupa 3 m³/q. Sapendo che dal trasporto della merce M_1 l'autotrasportatore ricava € 24 al quintale e dal trasporto della merce M_2 ricava € 32 al quintale e che deve trasportare almeno 10 q di M_1 , determinare la ripartizione di carico che gli consente il massimo utile.
[Max utile € 1.032 per 15 q di M_1 e 21 q di M_2]
- Un rivenditore di mobili vorrebbe comprare tavoli da ufficio di due tipi T_1 e T_2 e non vuole spendere più di € 10.400. Ogni tavolo del tipo T_1 costa € 40 e può essere rivenduto a € 100; ogni tavolo del tipo T_2 costa € 50 e può essere rivenduto a € 130. Sapendo che la richiesta dei tavoli del tipo T_1 è almeno doppia di quella dei tavoli di tipo T_2 , determinare quanti tavoli di ciascun tipo il rivenditore deve acquistare e vendere per massimizzare l'utile.
[Max utile € 16.000 per 160 tavoli di tipo T_1 e 80 di tipo T_2]
- Un'industria produce due beni B_1 e B_2 utilizzando due macchine M_1 e M_2 che possono lavorare settimanalmente per 20 ore ciascuna. Per produrre un'unità di B_1 occorrono 20 minuti di lavoro di M_1 e 15 minuti di lavoro di M_2 ; per produrre un'unità di B_2 occorrono 15 minuti di lavoro di M_1 e 30 minuti di lavoro di M_2 . Per esigenze di produzione, ogni settimana devono essere prodotte complessivamente almeno 50 unità. Determinare la combinazione produttiva di minimo costo complessivo, sapendo che il costo di produzione di ogni unità di B_1 è di € 7,5 e di ogni unità di B_2 è di € 9.
[Min costo € 375 per 50 unità di B_1 e 0 unità di B_2]
- Un produttore di caffè produce mensilmente 200 q di un tipo C_1 , 150 q di un tipo C_2 e 240 q di un tipo C_3 e deve preparare due miscele. Ogni chilogrammo di miscela M_1 contiene 0,2 Kg di C_1 , 0,3 Kg di C_2 e 0,5 Kg di C_3 ; ogni chilogrammo di miscela M_2 contiene 0,4 Kg di C_1 , 0,3 Kg di C_2 e 0,3 Kg di C_3 . Sapendo che l'utile per chilogrammo della miscela M_1 è di € 9 e quello della

miscela M_2 è di € 15, determinare quanti chilogrammi di M_1 e M_2 deve produrre per avere il massimo utile.

[*Max utile € 750.000 per 0 q di C_1 e 500 q di C_2*]

6. Un allevatore vuole preparare una dieta alimentare per il suo bestiame miscelando due prodotti P_1 e P_2 rispetto a tre caratteristiche nutritive A, B, C. Ogni chilogrammo di P_1 contiene il 30% della caratteristica A, il 40% di B ed il 30% di C; ogni chilogrammo di P_2 contiene il 40% della caratteristica A e il 30% di C. Per una corretta alimentazione, è necessario fornire giornalmente almeno 2 Kg di A, 1 Kg di B e 2,4 Kg di C. Determinare come si devono miscelare i due prodotti in modo che la razione giornaliera abbia il minimo costo, sapendo che P_1 costa € 1,2 al Kg e P_2 € 2.

[*Min costo € 9,6 per 8 Kg di P_1 e 0 Kg di P_2*]

7. Un'industria dolciaria produce due tipi di cioccolatini: fondenti e al latte. Per produrre un ettogrammo di cioccolatini fondenti occorrono 70 g di cacao e 33 g di zucchero; per produrre un ettogrammo di cioccolatini al latte occorrono 45 g di cacao e 36 g di zucchero e 20 g di latte in polvere. Per un ciclo di lavorazione si hanno a disposizione 17,5 Kg di cacao, 10,32 Kg di zucchero e 5 Kg di latte in polvere. I cioccolatini vengono venduti a € 5 all'ettogrammo quelli fondenti e a € 4 all'ettogrammo quelli al latte. Determinare la combinazione produttiva che consente il massimo guadagno.

[*Max utile € 1.360 per 16 Kg di cioccolatini fondenti e 14 Kg al latte*]

8. Un aereo può trasportare due tipi di merce M_1 e M_2 . Ogni tonnellata di M_1 occupa un volume di 1,2 m³ ed ogni tonnellata di M_2 occupa un volume di 0,8 m³; inoltre l'aereo ha un volume massimo disponibile di 3.600 m³ e non può trasportare più di 4.000 tonnellate di merci. Le quantità di merce M_2 da trasportare sono non inferiori a quelle di M_1 . Sapendo che dal trasporto della merce M_1 si ricava un utile di € 120 per tonnellata e dal trasporto della merce M_2 si ricava un utile di € 90 per tonnellata, determinare la combinazione di carico più conveniente.

[*Max utile € 390.000 per 1.000 t di M_1 e 3.000 t di M_2*]

9. Una ditta di confezioni produce abiti per uomo di due modelli M_1 e M_2 . Per il modello M_1 occorrono 3,6 m di tessuto, 40 minuti di lavoro manuale e 30 minuti di lavoro con la macchina; per il modello M_2 occorrono 4,8 m di tessuto, 80 minuti di lavoro manuale e 45 minuti di lavoro con la macchina. Dalla vendita di un abito M_1 si ha un utile di € 180 e dalla vendita di un abito M_2 si ha un utile di € 210. Per ogni ciclo di lavorazione la ditta ha a disposizione 2.880 m di tessuto, 600 ore di lavoro manuale e 450 ore di lavoro macchina. Determinare quanti abiti di ciascun modello è necessario produrre per massimizzare l'utile.

[*Max utile € 140.250 per 600 abiti M_1 e 150 abiti M_2*]

10. Un agricoltore possiede 24 ettari di terreno da coltivare a frumento e mais. Dispone di lavoro manuale al massimo per complessive 1.200 giornate all'anno. Per coltivare un ettaro di terreno si utilizzano 40 gg all'anno per il frumento e 60 gg all'anno per il mais. Per richieste di mercato la parte di terreno coltivata a frumento deve essere di almeno 9 ettari. Ogni ettaro di terreno coltivato a frumento dà un reddito di € 450 ed ogni ettaro coltivato a mais di € 540. Determinare come si devono distribuire le coltivazioni per massimizzare il reddito.

[Max utile € 11.880 per 12 ettari a frumento e 12 a mais]

11. Un'industria produce due oggetti A e B. Per ogni unità di A occorrono 32 minuti di lavoro di operai e 24 minuti di lavoro di una macchina; per ogni unità di B occorrono 48 minuti di lavoro di operai e 12 minuti di lavoro di una macchina. Per un dato ciclo di produzione sono disponibili 160 ore di lavoro di operai e 80 ore di lavoro macchina. Sapendo che dalla vendita di ciascun oggetto si ricavano € 60 per A e € 75 per B, determinare la combinazione produttiva più conveniente.

[Max utile € 16.500 per 150 unità di A e 100 unità di B]

12. Un autotrasportatore può trasportare con i suoi automezzi 1.700 q di merce e dispone di un volume di carico di 2.280 m³. La merce di tipo A ha un volume di 3 m³/q e la merce di tipo B ha un volume di 2,4 m³/q; inoltre per esigenze di mercato deve trasportare almeno 200 q di B. Sapendo che dal trasporto della merce A ricava un utile di € 24 al quintale e da quello della merce B di € 18 al quintale, determinare come deve ripartire il carico per massimizzare l'utile.

[Max utile € 18.000 per 600 q di A e 200 q di B]

13. Un'azienda produce due prodotti diversi, che indichiamo con P e con Q, utilizzando tre materie prime A, B, C. Il prodotto P viene venduto con un guadagno unitario di € 380 ed il prodotto Q con un guadagno unitario di € 200. Per produrre il prodotto P occorrono 4 unità della materia A, 10 unità della materia B e 8 unità della materia C. Per produrre il prodotto Q occorrono 8 unità della materia A, 4 unità della materia B e non viene impiegata la materia C. L'azienda può disporre giornalmente di non più di 80 unità della materia A, 100 unità della materia B e 64 unità della materia C. Quale dovrà essere la produzione giornaliera per avere il massimo guadagno?

[Max utile € 4.100 per 7,5 di P e 6,25 di Q]

14. Un negozio di elettrodomestici acquista dai produttori frigoriferi a € 240 e lavatrici a € 400 per una spesa totale non superiore a € 120.000. Lo spazio disponibile in magazzino è al massimo di 400 unità. Per richieste di mercato deve acquistare almeno 150 frigoriferi. Il prezzo di vendita è di € 800 per un frigorifero e di € 1.000 per una lavatrice. Determinare quanti apparecchi di ciascun tipo deve acquistare per massimizzare il guadagno.

[Max guadagno € 350.000 per 250 frigoriferi e 150 lavatrici]

15. Si vuole preparare una dieta alimentare combinando due prodotti A e B che contengono due caratteristiche nutrizionali C_1 e C_2 in modo tale che: in ogni Kg di A sono presenti 2,4 hg di C_1 e 6 hg di C_2 ; in ogni Kg di B sono presenti 1,6 hg di C_1 e 3 hg di C_2 . Il preparato deve contenere almeno 48 hg di C_1 e non più di 144 hg di C_2 , inoltre la quantità di C_2 non deve superare la quantità di C_1 . Determinare come devono essere miscelati A e B in modo che il preparato abbia costo minimo, sapendo che il costo di A è di € 9 al Kg e quello di B è € 5,4 al Kg.

[*Min costo € 172,80 per 12 Kg di A e 12 Kg di B*]

16. Una ditta farmaceutica vuole preparare un composto dietetico miscelando due suoi prodotti P_1 e P_2 già in commercio. In ogni unità di P_1 sono contenuti 0,2 hg di una sostanza A e 0,15 hg di una sostanza B; in ogni unità di P_2 sono contenuti 0,3 hg di una sostanza A e 0,1 hg di una sostanza B. Il composto deve contenere almeno 6 hg della sostanza A e almeno 3 hg di B. Sapendo che un'unità di P_1 costa € 10 e un'unità di P_2 costa € 12, determinare come miscelare P_1 e P_2 in modo da minimizzarne il costo.

[*Min costo € 264 per 12 unità di P_1 e 12 unità di P_2*]

LIVELLO INTERMEDIO

17. Un panettiere produce pane speciale in due formati P_1 e P_2 partendo dallo stesso impasto base. Per ogni panino di tipo P_1 occorrono 1,5 hg di impasto e 45 secondi di lavoro manuale. Per ogni panino di tipo P_2 occorrono 1,8 hg di impasto e 30 secondi di lavoro manuale. Ogni giorno sono disponibili 54 Kg di impasto e 3 ore di lavoro manuale. Per richiesta dei clienti almeno 90 panini devono essere di tipo P_2 . Il prezzo di vendita è di € 0.45 per ogni panino di tipo P_1 e di € 0.50 per ogni panino di tipo P_2 . Determinare quanti panini di ciascun tipo deve produrre e vendere il panettiere per ottenere il massimo utile.

[*Max utile € 153 per 90 panini di tipo P_1 e 225 panini di tipo P_2*]

18. Un'impresa fabbrica due prodotti P_1 e P_2 utilizzando una stessa materia prima che costa € 3 al Kg. Per la produzione di ogni unità di P_1 occorrono 4 Kg di materia prima e per la produzione di ogni unità di P_2 occorrono 6 Kg di materia prima. L'impresa, per un dato ciclo di lavorazione, dispone di 48 q di materia prima. Sapendo che i costi per la lavorazione dei due prodotti sono uguali, stabilire come l'impresa deve programmare la produzione per massimizzare l'utile, se i prezzi unitari di vendita sono di € 22 per P_1 e di € 30 per P_2 .

[*Max utile € 12.000 per 1.200 unità di P_1 e 0 unità di P_2*]

19. Un allevatore vuole preparare una dieta alimentare per il suo bestiame miscelando due prodotti P_1 e P_2 . Ogni ettogrammo di P_1 contiene il 12,5% di carboidrati e il 25% di lipidi; ogni ettogrammo di P_2 contiene il 20% di carboidrati e il 20% di lipidi. Per una corretta alimentazione, è necessario fornire giornalmente almeno 6 hg di carboidrati e non più di 10 hg di lipidi. Determinare come si devono miscelare i due prodotti in modo che la razione giornaliera abbia il minimo costo, sapendo che P_1 costa € 3 all'ettogrammo e P_2 € 4,8.

[*Min costo € 144 per infinite combinazioni $(x_1; 30 - 0,625x_1)$ con $0 \leq x_1 \leq 32$*]

20. Si vuole preparare un composto ad alto contenuto vitaminico miscelando due prodotti P_1 e P_2 . In ogni ettogrammo di P_1 sono contenute 600 unità di vitamina A, 900 di vitamina B e 600 di vitamina C; in ogni ettogrammo di P_2 sono contenute 450 unità di vitamina A, 900 di vitamina B e 750 di vitamina C. Per il fabbisogno settimanale il composto deve contenere almeno 5.400 unità di vitamina A, 9.000 di vitamina B e 7.200 di vitamina C. Il prodotto P_1 costa € 6 all'ettogrammo e P_2 costa € 4,8 all'ettogrammo. Determinare la combinazione di costo minore. Tenendo fisso il costo all'ettogrammo di P_1 , quale dovrebbe essere il prezzo all'ettogrammo di P_2 affinché sia più conveniente acquistare solo il prodotto P_2 ?

[*Min costo € 55,8 per 4,5 hg di P_1 e 6 hg di P_2 ; € 4,5*]

21. Un'impresa deve produrre mensilmente 200 unità di un bene; per la produzione utilizza due macchine M_1 e M_2 che producono lo stesso bene con lo stesso costo, ma necessitano di tempi diversi: la macchina M_1 impiega 1,5 ore per produrre ogni unità di bene e la macchina M_2 impiega solo 1 ora. Sapendo che in un mese la macchina M_1 è disponibile al massimo per 225 ore e la macchina M_2 al massimo per 130 ore, determinare quante unità del bene devono essere prodotte da ciascuna macchina per minimizzare il tempo massimo di lavorazione.

[*Min tempo di 235 ore per 70 unità con M_1 e 130 unità con M_2*]

22. Si vuole preparare una dieta alimentare che fornisca giornalmente almeno 1.200 calorie, ma non più di 2.000 e almeno 60 g di proteine, ma non più di 100 g, utilizzando due alimenti A e B tali che: ogni unità di A fornisce 200 calorie e contiene 5 g di proteine; ogni unità di B fornisce 100 calorie e contiene 10 g di proteine. Determinare le quantità di A e B da acquistare giornalmente per rendere minima la spesa della dieta, sapendo che il costo unitario dell'alimento A è di € 6 e quello di B è di € 10.

[*Min costo € 64 per 4 unità di A e 4 unità di B*]

23. Un'impresa artigiana fabbrica un prodotto in due tipi: normale e di lusso, utilizzando la stessa materia, ma con diverse lavorazioni su due macchine differenti, inoltre il tipo di lusso è rifinito a mano. Per il tipo normale sono necessarie: 2 ore con la macchina M_1 e 4 ore con M_2 ; per il tipo

di lusso occorrono: 3 ore con la macchina M_1 , 3 ore con M_2 e 2 ore di rifinitura a mano. L'impresa possiede 4 macchine M_1 e 6 macchine M_2 che possono lavorare ciascuna per 36 ore la settimana; la rifinitura a mano viene fatta da 2 operai specializzati che lavorano per 36 ore la settimana. Sapendo che dal tipo normale si ricava un utile di € 160 per ogni unità e dal tipo di lusso € 240 per ogni unità, determinare come si deve predisporre la produzione settimanale per massimizzare l'utile.

[Max utile € 11.520 per tutti i punti del segmento di estremi (36; 24) e (18; 36)]

24. Un panificio produce due tipi di pane: al latte e all'olio. Per produrre 10 Kg di pane al latte occorrono 24 minuti della macchina impastatrice e 18 minuti di lavoro manuale; per produrre 10 Kg di pane all'olio occorrono 18 minuti della macchina impastatrice e 36 minuti di lavoro manuale. In una giornata sono disponibili complessivamente al massimo 12 ore di lavoro macchina e 21 ore di lavoro manuale. Per richieste di mercato la quantità di pane all'olio deve essere almeno doppia di quella di pane al latte. Dalla vendita si ha un utile netto di € 3 al Kg per il pane al latte e di € 4,2 al Kg per il pane all'olio. Determinare quanti chilogrammi di ciascun tipo di pane è più conveniente produrre. Tenendo fisso l'utile ricavato dal pane al latte, quale dovrebbe essere l'utile al Kg ricavato dalla vendita del pane all'olio affinché sia più conveniente produrre solo pane all'olio?

[Max utile € 1.524 per 60 Kg di pane al latte e 320 Kg di pane all'olio; € 6]

25. Un'impresa edile vuole costruire su un appezzamento di terreno di 5.400 m² alcune casette di due tipi con un piccolo giardino: chalet unifamiliari e villette bifamiliari. Per ogni chalet occorrono 90 m² di terreno e per ogni villetta 150 m² di terreno giardino compreso. Per le strade di collegamento ed i passaggi viene utilizzato 1/12 del terreno disponibile. Per richieste di mercato, il numero degli chalet deve essere almeno doppio del numero delle villette, inoltre, per impegni presi col Comune, l'impresa dovrà costruire almeno 24 abitazioni. Il costo di ogni chalet è di € 75.000 e quello di ogni villetta è di € 112.500. L'impresa edile vuole ricavare un utile netto di € 36.000 da ogni chalet e di € 63.000 da ogni villetta. Determinare quanti chalet e quante villette si devono costruire per minimizzare i costi di costruzione; determinare inoltre quanti chalet e quante villette si devono costruire per massimizzare l'utile.

*[Min costo € 1.800.000 per 24 chalet e 0 villette;
Max utile € 2.025.000 per 30 chalet e 15 villette]*

26. Si vuole allestire una sala per concerti in un ambiente di ampiezza 250 m². Nella sala andranno sistemate poltrone che occupano ciascuna una superficie di 1,5 m² e poltroncine che occupano 1,125 m²; corridoi e passaggi occupano 1/10 della superficie totale. Il numero totale dei posti non deve essere inferiore a 90 e il numero delle poltroncine deve essere almeno doppio di quello

delle poltrone. Sapendo che il biglietto per la poltrona costa € 60 e quello per la poltroncina € 45, determinare il numero di poltrone e poltroncine che si deve predisporre per massimizzare il ricavo.

$$\left[\begin{array}{l} \text{Max utile € 9.000 per tutti i punti a coordinate intere} \\ \text{del segmento di estremi (60; 120) e (0; 200)} \end{array} \right]$$

27. Un'azienda vinicola confeziona un tipo di vino da pasto in bottiglie da 1 litro con vetro a perdere o in contenitori di tetrapack da 1 litro. Per 10 bottiglie di vetro si impiegano 4 minuti per riempirle e 3 minuti per sigillarle; per 10 contenitori in tetrapack si impiegano 5 minuti per riempirli e 2 minuti per sigillarli. Il tempo disponibile per il riempimento è di 21 ore settimanali, per la chiusura è di 14 ore settimanali. Per richieste di mercato il numero delle bottiglie deve essere non inferiore a quello dei tetrapack. Sapendo che il prezzo di vendita è di € 4 per le bottiglie e di € 3,6 per i tetrapack, determinare quante bottiglie e quanti tetrapack l'azienda deve confezionare settimanalmente per massimizzare l'utile.

$$[\text{Max utile € 11.760 per 2.400 bottiglie e 600 tetrapack}]$$

LIVELLO AVANZATO

28. Un'industria ha in lavorazione due prodotti P_1 e P_2 . Per ogni unità di P_1 occorrono 4 ore di lavoro di macchina e 5 ore di lavoro manuale; per ogni unità di P_2 occorrono 2 ore di lavoro di macchina e 6 ore di lavoro manuale. Ogni ora di lavoro macchina costa € 30 ed ogni ora di lavoro manuale costa € 32. Per un dato periodo di lavorazione sono disponibili 860 ore di lavoro macchina e 1.320 ore di lavoro manuale. Sapendo che, per richieste di mercato, le quantità del prodotto P_1 non devono essere inferiori a quelle di P_2 e che gli utili lordi sono rispettivamente di € 360 per ogni unità di P_1 e € 352 per ogni unità di P_2 , determinare la combinazione produttiva più conveniente.

$$[\text{Max utile € 21.600 per 120 unità di } P_1 \text{ e 120 unità di } P_2]$$

29. Un'industria produce due prodotti A e B utilizzando due macchine M_1 e M_2 e rifinendoli a mano. Ogni giorno, con M_1 si possono fare al massimo 50 unità di A oppure 75 unità di B; con M_2 si possono fare al massimo 100 unità di A oppure 50 unità di B. Gli operai per la rifinitura a mano possono rifinire al massimo 40 unità di A e 45 unità di B al giorno. Sapendo che ogni unità di A dà un utile di € 90 ed ogni unità di B di € 120, determinare la combinazione produttiva più conveniente.

$$[\text{Max utile € 6.690 per 25 unità di A e 37 unità di B (risultati numeri interi)}]$$

30. Sia dato il programma lineare espresso dalle seguenti condizioni:

- Minimizzare l'obiettivo $z = ax_1 - x_2$;
- Soddisfare i vincoli:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \leq b \\ x_1 - 2x_2 \geq -6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 4 \end{cases}$$

Il candidato, dopo brevi considerazioni per presentare i problemi della ricerca di valori estremi in presenza di vincoli, ed in particolare per il caso della programmazione lineare, formuli le risposte ai seguenti quesiti fornendo informazioni (discussione verbale, formule, grafici) che ritenga adeguate a chiarire i procedimenti utilizzati.

- 1.1 Determinare l'insieme dei valori del parametro b che rendono vuota la regione delle soluzioni ammissibili per il programma lineare assegnato.
- 1.2 Determinare l'insieme dei valori del parametro b che rendono la soluzione $\{x_1 = 2; x_2 = 4\}$ una base ammissibile.
- 1.3 Determinare l'insieme dei valori del parametro a che rendono ottima la soluzione indicata in 1.2 e precisare esplicitamente quali ipotesi si debbano porre sul parametro b affinché valga la determinazione trovata.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1977.)

$$\left[\begin{array}{l} 1.1 \ b < 0; 1.2 \ b = 6; 1.3 \ \text{posto } b = 6, \text{ se } -1 < a < \frac{1}{2} \text{ minimo in } (2; 4) \\ \text{se } a = -1, \text{ minimo in tutti i punti del segmento di estremi } (2; 4) \text{ e } \left(\frac{10}{3}; \frac{8}{3}\right) \\ \text{se } a = \frac{1}{2}, \text{ minimo in tutti i punti del segmento di estremi } (2; 4) \text{ e } (0; 3) \end{array} \right]$$

- 31.** Un'azienda tessile produce due tipi A e B di tessuti misti di lana, terital e rayon che vende rispettivamente a 13.000 e 12.000 £/m. I filati costano: 900.000 £/q la lana, 600.000 £/q il terital e 400.000 £/q il rayon. La produzione del tipo A consuma 400 g di lana/m, 500 g di terital/m e 300 g di rayon/m di tessuto; i dati per il tipo B sono 500, 200, 800 g/m per i tre filati nello stesso ordine. La disponibilità dei filati è limitata a 100 Kg per lana e terital, ed a 120 Kg per il rayon. Il candidato dovrà programmare la produzione di massimo profitto, fornendo tutti i chiarimenti necessari ad illustrare i procedimenti impiegati.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1977.)

[Max utile £ 1.100.000 per 176,47 m di A e 58,82 m di B]

- 32.** Un'industria produce due tipi di pezzi lavorati costituiti dalla stessa quantità e qualità di materia, ma con diversi processi di lavorazione che impiegano tre macchine A, B, C. Lo schema del lavoro è:

	prodotto P_1	prodotto P_2
ore macchina A	2	1
ore macchina B	3	2
ore macchina C	1	3

Le ore di lavoro macchina disponibili giornalmente sono: 8 per A, 24 per B, 18 per C. Il guadagno unitario è di £ 4 per i pezzi del primo tipo e di £ 3 per i pezzi del secondo tipo. Si vuole programmare la quantità dei pezzi dei due tipi che occorre produrre giornalmente per ottenere il massimo guadagno.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1988.)

[Problema di P.L. a valori interi. Max utile € 20 per 2 pezzi di P_1 e 4 pezzi di P_2]

33. Rappresentare in un riferimento cartesiano Oxy le tre rette r_1, r_2, r_3 le cui equazioni sono:

$$r_1: 5x + y = 10$$

$$r_2: x + y = 6$$

$$r_3: x + 4y = 12$$

Successivamente si proceda a:

- Verificare che il punto $A(1; 5)$ appartiene alle rette r_1 e r_2 .
- Verificare che il punto $B(4; 2)$ appartiene alle rette r_2 e r_3 .
- Determinare le coordinate del punto C d'intersezione della retta r_1 con l'asse y e il punto D d'intersezione della retta r_3 con l'asse x .
- Determinare l'insieme dei punti M del piano le cui coordinate $(x; y)$ verificano il sistema:

$$\begin{cases} x \geq 0 & y \geq 0 \\ 5x + y \geq 10 \\ x + y \geq 6 \\ x + 4y \geq 12 \end{cases}$$

- Risolvere poi il seguente quesito:

Tre differenti tipi di concime X, Y, Z sono miscelati e posti in vendita in bidoni e in sacchi. Un bidone contiene 5 Kg di concime X, 2 Kg di concime Y e 1 Kg di concime Z. Un sacco contiene 1 Kg di concime X, 2 Kg di concime Y e 4 Kg di concime Z. Acquistando x bidoni e y sacchi si vogliono avere almeno 10 Kg di concime X, 12 Kg di concime Y e 12 Kg di concime Z. Un bidone costa 4.500 lire e un sacco costa 3.000 lire. Determinare graficamente il numero di bidoni e di sacchi da acquistare per ridurre al minimo la spesa.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1997.)

[Min spesa £ 19.500 per 1 bidone e 5 sacchi]

34. Il modello matematico di Programmazione Lineare riferito ad una certa azienda che produce gli articoli Alfa e Beta, risulta così strutturato:

- a) Funzione obiettivo di utile: $z = 200.000x_1 + 100.000x_2$
- b) Vincoli tecnici dipendenti dalla disponibilità di fattori (produzione settimanale):

$$\begin{cases} 28x_1 + 7x_2 \leq 168 \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 42 \\ 7x_1 + 14x_2 \leq 84 \end{cases}$$

- c) Vincoli economici:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Il candidato, dopo aver esposto i metodi di risoluzione dei problemi di programmazione lineare in due o in tre variabili, proceda come segue:

1. Costruisca il grafico che evidenzi il campo di scelta di tutte le possibili soluzioni del problema.
2. Calcoli il valore di z (utile) in corrispondenza dei vertici del poligono di scelta e determini la soluzione che rende massima la funzione obiettivo.

Considerando poi che gli articoli Alfa e Beta non possono essere frazionati, il candidato ricerchi la soluzione ottima a coordinate intere. Infine, determini il grado di utilizzo dei fattori produttivi.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1998.)

$$\left[\begin{array}{l} \text{Max utile } \pounds 1.371.428 \text{ per } x_1 = \frac{36}{7} \text{ e } x_2 = \frac{24}{7}. \\ \text{Soluzione intera: max utile } \pounds 1.300.000 \text{ per } x_1 = 5 \text{ e } x_2 = 3 \\ 1^\circ \text{ fattore produttivo impiegato per 161 unit\`a sulle 168 disponibili} \\ 2^\circ \text{ fattore produttivo impiegato per 24 unit\`a sulle 42 disponibili} \\ 3^\circ \text{ fattore produttivo impiegato per 77 unit\`a sulle 84 disponibili} \end{array} \right]$$

PROBLEMI DI PROGRAMMAZIONE LINEARE IN TRE O PIÙ VARIABILI RICONDUCEBILI A DUE VARIABILI

LIVELLO BASE

35. Una sartoria deve confezionare 120 abiti con lo stesso tessuto, ma in tre modelli diversi A, B, C che richiedono: il modello A: 3,30 m di tessuto e 30 minuti di lavorazione; il modello B: 4,2 m di tessuto e 45 minuti di lavorazione; il modello C: 4,80 m di tessuto e 67,5 minuti di lavorazione. Sapendo che si hanno a disposizione, per un dato ciclo di lavorazione, 495 m di tessuto e 90 ore di lavorazione, considerando che il prezzo di vendita del modello A è € 100, del modello B è € 150 e del modello C è € 200, determinare quanti abiti di ciascun modello deve confezionare e vendere la sartoria per massimizzare il ricavo.

$$[\text{Max utile } \pounds 17.700 \text{ per } 18 \text{ abiti A, } 90 \text{ abiti B e } 12 \text{ abiti C}]$$

36. Un orafo deve preparare 1.000 medaglie commemorative di tre tipi diversi A, B, C con le

seguenti caratteristiche: medaglia A: 9 g di oro e 3 di argento; medaglia B: 6 g di oro e 4,5 di argento; medaglia C: 3 g di oro e 6 g di argento. L'orafo ha a disposizione 7.200 g di oro e 5.250 g di argento. Per richieste di mercato almeno 200 medaglie devono essere del tipo B. Sapendo che gli utili netti per ogni medaglia sono: € 45 per il tipo A; € 31,50 per il tipo B; € 22,50 per il tipo C, determinare quante medaglie dei vari tipi deve produrre e vendere per avere il massimo utile. *[Max utile € 37.800 per 600 medaglie A, 200 medaglie B e 200 medaglie C]*

37. Una ditta di confezioni deve produrre 70 abiti da uomo in tre modelli A, B, C e per la confezione utilizza una macchina e due operai specializzati in modo tale che ogni modello utilizzi: A: 60 minuti di macchina e 20 minuti del 1° operaio; B: 100 minuti di macchina, 40 minuti del 1° operaio e 10 minuti del 2° operaio; C: 80 minuti di macchina, 30 minuti del 1° operaio e 50 minuti del 2° operaio. Per un dato ciclo di lavorazione sono disponibili: 90 ore di lavoro della macchina, 40 ore di lavoro del 1° operaio e 20 ore di lavoro del 2° operaio. Dalla vendita di ogni abito si ricava un utile di € 150 per il modello A, € 225 per il modello B e € 250 per il modello C. Determinare la combinazione produttiva più conveniente.

[Max utile € 14.000 per 30 abiti A, 20 abiti B e 20 abiti C]

38. Una ditta di cosmetici vuole confezionare una crema che contenga almeno il 33% di vaselina e non più del 37,5% di ossido di zinco. In commercio sono disponibili tre prodotti A, B, C che contengono: A: 15% di vaselina e 45% di ossido di zinco; B: 45% di vaselina e 30% di ossido di zinco; C: 37,5% di vaselina e 22,5% di ossido di zinco. I prezzi all'ettogrammo dei tre prodotti sono: € 15 per A, € 18 per B, € 16,5 per C. Determinare in quale percentuale si devono miscelare i tre prodotti in modo che la crema abbia costo minimo.

[Min costo € 16,2 all'hg per 20% di A e 80% di C]

39. Una ditta di prodotti alimentari in scatola vuole introdurre sul mercato un pacco natalizio con tre dei suoi prodotti A, B, C. Il pacco deve contenere 10 scatole, avere un peso non inferiore a 2,8 Kg ed un volume non superiore a 600 cm³. Ogni scatola ha le seguenti caratteristiche: tipo A: peso 200 g, volume 45 cm³; tipo B: peso 240 g, volume 67,5 cm³; tipo C: peso 360 g, volume 60 cm³. Sapendo che i prezzi delle scatole sono: tipo A € 4, tipo B € 4,50, tipo C € 7, determinare come deve essere formato il pacco per avere prezzo minimo.

[Min costo € 54 per 2 scatole di A, 4 di B e 4 di C]

40. Un test di ingresso universitario è costituito da 100 quesiti di tre tipi A (cultura generale), B (letteratura), C (carattere scientifico). Nel test devono essere inclusi almeno 25 quesiti di ciascun tipo; i quesiti di tipo A non devono superare la somma degli altri due tipi. Determinare quanti quesiti di ogni tipo si devono predisporre per massimizzare il punteggio complessivo, sapendo

che si assegnano ad ogni quesito di tipo A 3 punti, di tipo B 2 punti e di tipo C 4 punti.

[Max punteggio 325 per 25 quesiti di tipo A, 25 di tipo B e 50 di tipo C]

41. Un'industria tessile vuole preparare un tessuto utilizzando tre filati A, B, C in commercio. Il filato A contiene il 25% di lana, il 40 % di cotone ed il resto di fibre sintetiche; il filato B contiene il 30% di lana, il 30 % di cotone ed il resto di fibre sintetiche; il filato C contiene il 20% di lana, il 15 % di cotone ed il resto di fibre sintetiche. Si richiede che il tessuto contenga almeno il 25% di lana, e almeno il 30% di cotone. Sapendo che il filato A costa € 10 al Kg, il filato B costa € 15 al Kg ed il filato C € 18 al Kg, determinare la combinazione di filati più conveniente per ottenere un tessuto di costo minimo. *[Min costo € 13,71 per 43% di A, 29% di B e 28% di C]*
42. Un allevatore vuole preparare un mangime per animali in modo che vi siano almeno il 16,8% di zuccheri, almeno il 19,2% di proteine ed almeno il 14,4% di grassi. In commercio si trovano tre prodotti A, B, C con i seguenti contenuti:

	A	B	C
zuccheri	16%	20%	16%
proteine	24%	-	32%
grassi	8%	24%	16%

I costi al Kg dei prodotti sono: € 4,8 per A, € 4,2 per B, € 6 per C. Determinare come l'allevatore deve miscelare i tre prodotti in modo che ogni Kg di composto abbia il minimo costo.

[Min costo € 4,92 per 48% di A, 28% di B e 24% di C]

43. Un'azienda di cosmetici vuole preparare un profumo miscelando tre suoi profumi P_1, P_2, P_3 che contengono due essenze A e B. P_1 contiene il 16% di essenza A ed il 40% di essenza B; P_2 contiene il 24% di essenza A ed il 32% di essenza B; P_3 contiene il 20% di essenza A ed il 48% di essenza B. Il profumo deve contenere almeno il 20% di essenza A e almeno il 38,4% di essenza B. P_1 costa € 6/cl; P_2 costa € 8/cl; P_3 costa € 10/cl. Determinare come miscelare i tre profumi al fine di minimizzarne il costo al centilitro.

[Min costo € 7,6 per 40% di P_1 , 40% di P_2 , 20% di P_3]

44. Un'azienda artigiana deve confezionare 120 maglioni in lana e cachemere in tre modelli A, B, C. Per ogni unità del modello A occorrono 40 minuti di lavoro di una macchina e 20 minuti di lavoro manuale; per ogni unità del modello B occorrono 60 minuti di lavoro di una macchina e 60 minuti di lavoro manuale; per ogni unità del modello C occorrono 1 ora e 40 minuti di lavoro di una macchina e 1 ora e 20 minuti di lavoro manuale. Le macchine sono disponibili al massimo per 150 ore ed il personale garantisce al massimo 120 ore. Per richieste di mercato almeno 20 maglioni devono essere del modello C. Sapendo che il prezzo unitario di vendita è di € 120 per il modello A, € 160 per il modello B, € 220 per il modello C, determinare quanti maglioni di

ciascun modello l'azienda deve confezionare per massimizzare l'utile.

[Max utile € 21.600 per 30 maglioni modello A, 30 modello B e 60 modello C]

45. Un assemblatore di computer deve preparare 150 computer e può scegliere tra tre tipi A, B, C. Per il tipo A sostiene il costo di € 80 per l'acquisto dei pezzi dai fornitori e impiega 50 minuti di lavoro; per il tipo B sostiene il costo di € 100 per l'acquisto dei pezzi e impiega 40 minuti di lavoro; per il tipo C sostiene il costo di € 160 per l'acquisto dei pezzi e impiega 60 minuti di lavoro. Egli non vuole spendere più di € 16.800 e può lavorare al massimo per 140 ore. Sapendo che il prezzo di ogni computer è € 300 per il tipo A, € 450 per il tipo B, € 600 per il tipo C, detratti i costi sostenuti per l'acquisto del materiale, determinare quanti computer di ogni tipo deve preparare per massimizzare l'utile.

[Max utile € 55.200 per 0 computer di tipo A, 120 di tipo B e 30 di tipo C]

LIVELLO INTERMEDIO

46. Un agricoltore deve preparare 1 tonnellata di concime chimico che contenga almeno il 22,5% di fosfati e almeno il 37,5% di nitrati. In commercio esistono tre prodotti A, B, C che per ogni chilogrammo contengono: A: 37,5% di fosfati e 15% di nitrati; B: 15% di fosfati e 52,5% di nitrati; C: 22,5% di fosfati e 30% di nitrati. Sapendo che i costi al chilogrammo dei tre prodotti sono rispettivamente: € 6,3 per A; € 7,2 per B; € 5,4 per C, determinare la combinazione dei tre prodotti che minimizzerà il costo.

[Min costo € 6.525 per 250 Kg di A, 500 Kg di B e 250 Kg di C]

47. Un ipermercato deve rifornirsi di 300 piccoli elettrodomestici di tre tipi A, B, C. Ogni elettrodomestico di tipo A occupa in magazzino, con l'imballaggio, uno spazio di 48 dm^3 con costi di magazzinaggio mensili di € 20; ogni elettrodomestico di tipo B occupa in magazzino, con l'imballaggio, uno spazio di 75 dm^3 con costi di magazzinaggio mensili di € 30; ogni elettrodomestico di tipo C occupa in magazzino, con l'imballaggio, uno spazio di 120 dm^3 con costi di magazzinaggio mensili di € 36. Il magazzino ha una capacità massima di 27 m^3 . Per richieste di mercato, si devono acquistare almeno 100 elettrodomestici di tipo A e almeno 120 di tipo B. Determinare quanti elettrodomestici di ciascun tipo si devono acquistare per minimizzare le spese mensili di magazzinaggio.

[Min spesa € 7.200 per 180 elettrodomestici di tipo A, 120 di tipo B, 0 di tipo C]

48. Un'azienda agricola vuole suddividere il suo terreno coltivabile, che ha un'estensione di 30 ettari, in tre parti da coltivare a frumento, a girasoli e ad avena. Per la lavorazione può servirsi, al massimo, di 936 giorni di lavoro manuale all'anno. Per coltivare un ettaro di terreno sono

richiesti in un anno 36 gg per il frumento, 30 gg per i girasoli e 24 gg per l'avena. Per richieste di mercato deve utilizzare almeno 3 ettari per il frumento, almeno 3 ettari per i girasoli ed almeno 5 ettari per l'avena. Si stima che la produttività media sia di 42 q di frumento per ettaro, di 48 q di girasoli per ettaro e di 300 q di avena per ettaro. Da ogni quintale di frumento si ha un utile di € 90, da ogni quintale di girasoli si ha un utile di € 82,50, da ogni quintale di avena si ha un utile di € 12. Determinare la ripartizione delle coltivazioni più conveniente in modo che il terreno sia tutto utilizzato.

[Max utile € 116.460 per 3 ettari a frumento, 22 a girasoli e 5 ad avena]

49. Un'industria fabbrica settimanalmente, negli stabilimenti S_1 e S_2 , rispettivamente 600 unità e 1.000 unità di un certo prodotto con il quale rifornisce tre clienti C_1 , C_2 , C_3 che richiedono, rispettivamente, 400, 800, 400 unità del prodotto. La tabella dei costi unitari di trasporto (in euro) è la seguente:

	C_1	C_2	C_3
S_1	40	120	20
S_2	32	80	52

Determinare le quantità che da ogni stabilimento devono essere inviate ad ogni cliente per rendere minima la spesa complessiva di trasporto e la spesa stessa.

*[Min spesa € 86.400 per 200 unità da S_1 a C_1 ; 400 unità da S_1 a C_3 ;
200 unità da S_2 a C_1 ; 800 unità da S_2 a C_2]*

50. Una ditta produce in due stabilimenti S_1 e S_2 , rispettivamente 1.000 q e 1.200 q di merce che viene inviata a tre clienti C_1 , C_2 , C_3 che richiedono, rispettivamente, 600 q, 900 q, 700 q di merce. La tabella dei costi unitari di trasporto (in euro) è la seguente:

	C_1	C_2	C_3
S_1	10	4	16
S_2	12	8	6

Determinare il piano di trasporto ottimo.

*[Min spesa € 14.800 per 100 q da S_1 a C_1 ; 900 q da S_1 a C_2 ;
500 q da S_2 a C_1 ; 700 q da S_2 a C_3]*

51. Un'impresa deve produrre in un mese 1.000 oggetti e può utilizzare tre macchine A, B, C: la macchina A produce 8 oggetti all'ora, B ne produce 6 e C ne produce 4. In un mese sono disponibili, al massimo, 75 ore di A, 90 ore di B e 120 ore di C. Determinare come deve essere suddivisa la produzione fra le tre macchine in modo da rendere minimo il tempo totale utilizzato per la produzione.

Min tempo 141^h40' per 600 pezzi su A, 400 su B e 0 su C

52. Un'industria mineraria estrae da tre miniere M_1 , M_2 e M_3 , rispettivamente 600 q, 400 q e 800 q di carbone che deve trasportare in due depositi D_1 e D_2 aventi capacità, rispettivamente, di 700 q e di 1.100 q. La tabella dei costi unitari di trasporto (in euro) è la seguente:

	D_1	D_2
M_1	8	4,8
M_2	9,6	16
M_3	6,4	8

Determinare il piano di trasporto ottimo.

$$\left[\begin{array}{l} \text{Min spesa € 12.640 per 600 q da } M_1 \text{ a } D_2; 400 \text{ q da } M_2 \text{ a } D_1; \\ 300 \text{ q da } M_3 \text{ a } D_1; 500 \text{ q da } M_3 \text{ a } D_2 \end{array} \right]$$

LIVELLO AVANZATO

53. Un mobilificio produce lo stesso mobile in tre modelli diversi: economico, standard e di lusso. Per la lavorazione si utilizza una macchina e la rifinitura a mano. La macchina può produrre settimanalmente, al massimo, 100 mobili di tipo economico oppure 75 di tipo standard oppure 50 di lusso. Gli orerai possono rifinire in una settimana, al massimo, 100 mobili standard oppure 50 di lusso. Ogni settimana il mobilificio deve produrre 80 mobili. Il profitto è di € 200 per ogni mobile economico, € 300 per ogni mobile standard e € 420 per ogni mobile di lusso. Determinare la combinazione produttiva più conveniente.

$$[\text{Max utile € 22.000 per 20 mobili economici, 60 standard e 0 di lusso}]$$

54. Un'azienda produce lo stesso articolo in due diversi stabilimenti che hanno una capacità produttiva di 600 unità al giorno il primo e di 300 unità al giorno il secondo. Ogni giorno l'intera produzione viene inviata a tre magazzini che possono ricevere rispettivamente 210, 240, 450 unità. Il costo per il trasporto, espresso in centinaia di euro, è indicato nella seguente tabella:

	M_1	M_2	M_3
S_1	1,5	0,5	3,5
S_2	2	1,5	4,5

Individua il piano di trasporto ottimale.

$$\left[\begin{array}{l} \text{Min spesa € 220.500 per tutte le combinazioni con 0 unità da } S_1 \text{ a } M_1; \\ 150 \leq x \leq 240 \text{ unità da } S_1 \text{ a } M_2; 600 - x \text{ da } S_1 \text{ a } M_3; 210 \text{ unità da } S_2 \text{ a } M_1; \\ 240 - x \text{ da } S_2 \text{ a } M_2; x - 150 \text{ da } S_2 \text{ a } M_3 \end{array} \right]$$

55. Una piccola impresa a livello artigianale deve predisporre la produzione settimanale di 30 unità di prodotto che si differenziano per qualità nelle tre categorie seguenti: tipo economico, tipo

standard, tipo lusso. Le qualità e quantità di materia prima impiegata nella produzione sono le stesse per i tre tipi, mentre è diverso il ciclo produttivo, in relazione a speciali tecniche e procedimenti di rifinitura. In particolare si conosce che lo stampaggio e il montaggio del prodotto sono eseguiti con due tipi di macchinari disponibili e classificabili rispettivamente di tipo A e di tipo B. I tempi di produzione (in ore) del prodotto sono indicati, per ciascuna fase, dalla tabella seguente:

	economico	standard	lusso
stampaggio (macchina A)	2	3.5	0.5
montaggio (macchina B)	2	4	4
refinitura a mano	0	1	3

Sapendo che:

- i giorni lavorativi sono 6 settimanali;
- la dotazione di macchine è di due del tipo A e tre del tipo B, per sei ore al giorno;
- un operaio è disponibile per sei ore al giorno, ed un secondo operaio è disponibile per quattro ore al giorno;

il candidato calcoli come dovrà essere ripartita la produzione settimanale del prodotto tra le tre categorie sopra menzionate, allo scopo di consentire la realizzazione del massimo utile, tenendo presente che il prezzo unitario di vendita è rispettivamente di £ 10.000, £. 25.000, £. 30.000.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione ordinaria 1981.)

[Max utile £ 750.000 per 6 unità di tipo economico, 6 standard e 18 di lusso]

56. Un'industria produce settimanalmente tre quintali di cibo liofilizzato per pesci d'acquario. I 3 q devono essere composti da almeno 20 Kg di alimento animale A ed almeno 32 Kg di alimento animale B, la parte eccipiente è costituita da alimento vegetale. Per la produzione di tale cibo, l'industria si rivolge a tre fornitori che producono liofilizzato base contenente i due alimenti animali nelle percentuali riportate nella tabella:

fornitori	I	II	III
alimento A	9%	19%	2%
alimento B	15%	5%	2%

L'industria acquista il liofilizzato base dai tre fornitori al prezzo, rispettivamente, di £ 400 al Kg, £ 800 al Kg, £ 100 al Kg. Il candidato determini la quantità di liofilizzato base da acquistare presso ciascun fornitore per preparare un composto che soddisfi le richieste ed abbia il minimo costo.

(Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1981.)

[Min costo £ 90.000 per 200 Kg dal fornitore I, 0 Kg da II, 100 Kg da III]

57. Dopo una breve esposizione sulla programmazione lineare e sui problemi cui essa è applicabile, si illustrino alcuni metodi per la risoluzione di tali problemi. Utilizzando uno dei metodi citati,

risolvere il seguente problema.

Un'azienda agricola ha a disposizione tre tipi di sostanze A, B, C, per la preparazione di una miscela fertilizzante. La sostanza A contiene il 10% di azoto e il 20% di ossido di potassio; la B contiene il 15% di azoto e il 50% di ossido di potassio; infine la C contiene il 25% di azoto e il 60% di ossido di potassio. Il concime da utilizzare deve contenere almeno il 20% di azoto ed il 40% di ossido di potassio. I costi delle tre sostanze sono rispettivamente di £ 600 al Kg, £ 750 al Kg e £ 1.000 al Kg. Determinare la composizione percentuale delle tre sostanze che rende minimo il costo della miscela fertilizzante.

Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1987.)

[Min costo £ 867 al Kg per 33% di A e 67% di C]

- 58.** Dopo aver brevemente esposto i metodi matematici relativi alla risoluzione dei problemi di P.L. in due e tre variabili, risolvere il seguente problema.

Si vuole preparare un integratore alimentare impiegando tre sostanze il cui costo è rispettivamente di 30 lire, 20 lire, 10 lire al grammo. Il prodotto deve contenere complessivamente 5 g delle tre sostanze, ma non deve contenere più di 20 unità di vitamine e più di 16 unità di ferro. Si sa che le sostanze, per ogni grammo, contengono 5 unità di vitamine e una unità di ferro la prima, 1 unità di vitamine e nessuna unità di ferro la seconda, 7 unità di vitamine e 10 unità di ferro la terza. Calcolare le quantità di sostanze che occorre impiegare per minimizzare il costo del prodotto.

Dal tema assegnato all'Esame di Maturità per Ragionieri Programmatori nella sessione suppletiva 1998.)

[Min costo £ 84 miscelando 3,4 g della seconda sostanza con 1,6 g della terza]