5. ESERCIZI

Risolvi i seguenti problemi sulla parabola.

LIVELLO BASE

1. Determina le coordinate del vertice, del fuoco, le equazioni dell'asse e della direttrice delle seguenti parabole e quindi tracciane il grafico.

a) $y = -2x^2$ $\quad S = \left\{V(0;0); F\left(0; -\frac{1}{8}\right); x = 0; y = \frac{1}{8}\right\}$

b) $y = \frac{1}{2}x^2$ $\quad S = \left\{V(0;0); F\left(0; \frac{1}{2}\right); x = 0; y = -\frac{1}{2}\right\}$

c) $y = -x^2$ $\quad S = \left\{V(0;0); F\left(0; -\frac{1}{4}\right); x = 0; y = \frac{1}{4}\right\}$

d) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$ $\quad S = \{V(0;-2); F(0;-1); x = 0; y = -3\}$

2. Determina le coordinate del vertice, del fuoco, le equazioni dell'asse e della direttrice delle seguenti parabole e quindi tracciane il grafico.

a) $y = -x^2 + 2x$ $\quad S = \left\{V(1;1); F\left(1; \frac{3}{4}\right); x = 1; y = \frac{5}{4}\right\}$

b) $y = x^2 - 3x + 4$ $\quad S = \left\{V\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right); F\left(\frac{3}{2}; 2\right); x = \frac{3}{2}; y = \frac{3}{2}\right\}$

c) $y = 2x^2 + x - 1$ $\quad S = \left\{V\left(-\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right); F\left(-\frac{1}{4}; -1\right); x = -\frac{1}{4}; y = -\frac{5}{4}\right\}$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ $\quad S = \left\{V(2;0); F\left(2; \frac{1}{2}\right); x = 2; y = -\frac{1}{2}\right\}$

3. Determina le coordinate del vertice, del fuoco, le equazioni dell'asse e della direttrice delle seguenti parabole e quindi tracciane il grafico.

a) $y = -\frac{2}{3}x^2 - x$ $\quad S = \left\{V\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{8}\right); F\left(-\frac{3}{4}; 0\right); x = -\frac{3}{4}; y = \frac{3}{4}\right\}$

b) $y = -3x^2 + 4x - 1$ $\quad S = \left\{V\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right); F\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{4}\right); x = \frac{2}{3}; y = \frac{5}{12}\right\}$

c) $y = 3x^2 + 3x - 4$ $\quad S = \left\{V\left(-\frac{1}{2}; -\frac{19}{4}\right); F\left(-\frac{1}{2}; -\frac{14}{3}\right); x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{29}{6}\right\}$

d) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ $\quad S = \left\{V(0;5); F\left(0; \frac{9}{2}\right); x = 0; y = \frac{11}{2}\right\}$

4. Tracciare il grafico delle seguenti parabole dopo aver determinato le coordinate del vertice e delle intersezioni con gli assi cartesiani.

a) $y = -x^2 + 2x$ $\quad S = \{V(1;1); O(0;0); B(2;0)\}$

b) $y = -x^2 + 5$ $\quad S = \{V(0;5) \equiv A; B(-\sqrt{5};0); C(\sqrt{5};0)\}$

c) $y = 2x^2 - 2x - 4$ $\quad S = \left\{V\left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{2}\right); A(0;-4); B(-1;0); C(2;0)\right\}$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$ $\quad S = \left\{V\left(3; \frac{1}{2}\right); A(0;5); non\ interseca\ asse\ x\right\}$

e) $y = -2x^2 + 5x - 4$ $\quad S = \left\{V\left(\frac{5}{4}; -\frac{7}{8}\right); A(0;-4); non\ interseca\ asse\ x\right\}$

f) $y = x^2 + x + \frac{1}{4}$ $\quad S = \left\{V\left(-\frac{1}{2}; 0\right); A\left(0; \frac{1}{4}\right); B \equiv C\left(-\frac{1}{2}; 0\right)\right\}$

5. Dopo aver determinato la concavità, le coordinate del vertice, l'asse di simmetria e le intersezioni con gli assi cartesiani, traccia il grafico della parabola di equazione:

a) $y = x^2 - 3x - 4$ b) $y = -x^2 + 4x + 5$ c) $y = x^2 + 2x - 3$

d) $y = 2x^2$ e) $y = -2x^2 - 2x + 2$ f) $y = 2x^2 - 2x$

g) $y = 2x^2 + 2x + 2$ h) $y = -x^2 + 1$ i) $y = x^2 - 1$

6. Dopo aver determinato la concavità, le coordinate del vertice, l'asse di simmetria e le intersezioni con gli assi cartesiani, traccia il grafico della parabola di equazione:

a) $y = -x^2 + 4x - 3$ b) $y = x^2 + x - 3$ c) $y = 2x^2 + x - 1$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ e) $y = 2x^2 + 4x + 3$ f) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$

g) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 9$ h) $y = 3x^2 - 6x + 3$ i) $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{6}$

7. Applicando la definizione di parabola come luogo geometrico determina le equazioni delle parabole aventi fuoco e direttrice assegnati.

a) $F(0{,}0)$ direttrice $y = -1$ $\quad S = \left\{y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right\}$

b) $F(0{,}2)$ direttrice $y = 3$ $\quad S = \left\{y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}\right\}$

c) $F(0{,}0)$ direttrice $y = -2$ $\quad S = \left\{y = \frac{1}{4}x^2 - 1\right\}$

d) $F(1;1)$ direttrice $y = 0$ $\quad S = \left\{y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1\right\}$

e) $F(1;2)$ direttrice $y = 3$ $\quad S = \left\{y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2\right\}$

f) $F\left(0; -\frac{1}{4}\right)$ direttrice $y = \frac{1}{4}$ $\quad S = \{y = -x^2\}$

g) $F(1{,}2)$ direttrice $y = -2$ $\quad S = \left\{y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}\right\}$

h) $F\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$ direttrice $y = -\frac{1}{2}$ $\quad S = \left\{y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}\right\}$

Determina l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2$ che soddisfa le seguenti condizioni:

8. Ha il fuoco in $F(0;2)$

9. Ha il fuoco in $F\left(0; \frac{9}{2}\right)$

10. Ha il fuoco in $F(0;-5)$

11. Ha il fuoco in $F\left(0;-\frac{3}{2}\right)$

12. Passa per il punto $A(2;3)$

13. Passa per il punto $A(1;-3)$

14. Passa per il punto $A\left(-2;\frac{3}{2}\right)$

15. Passa per il punto $A(-1;-1)$

16. Ha come direttrice la retta $y=-3$

17. Ha come direttrice la retta $y=-\frac{3}{2}$

18. Ha come direttrice la retta $y=\frac{2}{3}$

19. Ha come direttrice la retta $y=\frac{4}{3}$

Per ognuno dei seguenti esercizi scrivi l'equazione della parabola con asse coincidente con l'asse y e vertice nell'origine, sapendo che passa per il punto P dato. Quindi tracciane il grafico

20. $P(5;1)$ $\qquad S=\left\{y=\frac{1}{25}x^2\right\}$

21. $P(-1;-3)$ $\qquad S=\{y=-3x^2\}$

22. $P\left(1;-\frac{3}{2}\right)$ $\qquad S=\left\{y=-\frac{3}{2}x^2\right\}$

23. $P\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$ $\qquad S=\left\{y=\frac{8}{3}x^2\right\}$

24. Stabilisci la reciproca posizione tra parabola e retta.

a) $y=-x^2-2x+3$ $\qquad 5x+y-5=0$

b) $y=x^2-4x+16$ $\qquad y-8=0$

c) $y=-x^2-8x-11$ $\qquad x-2y-14=0$

d) $y=2x^2-4x-1$ $\qquad x+3y+12=0$

e) $y=\frac{1}{2}x^2-x-2$ $\qquad y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

f) $y=\frac{1}{3}x^2-x+2$ $\qquad y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

g) $y=-x^2+4x-4$ $\qquad y=-\frac{3}{2}x+4$

h) $y=3x^2-12x+10$ $\qquad x=\frac{1}{2}$

25. Verifica se sono secanti, tangenti, esterne alla parabola di equazione $y = x^2 - 3x + 2$ le seguenti rette di equazione, quindi rappresenta graficamente:

a) $y = x - 2$ $\quad S = \{retta\ tangente\ in\ (2; 0)\}$

b) $y = x - 4$ $\quad S = \{retta\ esterna\}$

c) $x - 3y + 3 = 0$ $\quad S = \left\{retta\ secante\ in\ (3; 2), \left(\frac{1}{3}; \frac{10}{9}\right)\right\}$

d) $3x + y - 3 = 0$ $\quad S = \{retta\ secante\ \ in\ (1; 0), (-1; 6)\}$

26. Determina se la retta di equazione $2x + y + 1 = 0$ è secante, tangente, esterna alle parabole di equazione:

a) $y = x^2 - 1$ $\quad S = \{retta\ secante\ in\ (0; -1), (-2; 3)\}$

b) $y = x^2 - x$ $\quad S = \{retta\ esterna\}$

c) $y = -x^2 + 2x - 1$ $\quad S = \{retta\ secante\ in\ (0; -1), (4; -9)\}$

d) $y = -x^2 + 2x - 5$ $\quad S = \{retta\ tangente\ in\ (2; -5)\}$

27. Dopo aver rappresentato graficamente la parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x + 1$, trova i suoi punti d'intersezione con la retta $y = 2x - 3$. $\quad S = \{\ (1; -1), (2; 1)\}$

28. Stabilisci la posizione delle seguenti rette rispetto alla parabola di equazione $y = x^2 - 5x + 4$:

a) $2x - y + 3 = 0$ $\quad S = \{retta\ secante\}$

b) $y = -5x + 4$ $\quad S = \{retta\ tangente\}$

c) $x + y + 2 = 0$ $\quad S = \{retta\ esterna\}$

29. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti $A(1; 0), B(-1; 1)\ e\ C(0; -3)$. $\quad S = \left\{y = \frac{7}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3\right\}$

30. Trova le equazioni delle parabole aventi asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate e passanti per le seguenti terne di punti:

a) $O(0; 0), B(6; 0)\ e\ C(7; 1)$ $\quad S = \left\{y = \frac{1}{7}x^2 - \frac{6}{7}x\right\}$

b) $A(-1; 11), B(2; 5)\ e\ C(1; 5)$ $\quad S = \{y = x^2 - 3x + 7\}$

c) $A(0; 5), B(5; 0)\ e\ C(1; 0)$ $\quad S = \{y = x^2 - 6x + 5\}$

d) $A(6; -4), B(4; 0)\ e\ C(-2; 0)$ $\quad S = \left\{y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2\right\}$

31. Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti $A(-2; 2), B(1; -1)\ e\ C(2; 3)$. $\quad S = \left\{y = \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}\right\}$

32. Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti

$A(1;0), B(0;5)$ e $C(-3;3)$. $S = \left\{y = -\frac{17}{12}x^2 - \frac{43}{12}x + 5\right\}$

33. Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti $A(1;1), B(2;1)$ e $C(-1;-1)$. $S = \left\{y = -\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{1}{3}\right\}$

34. Scrivi le equazioni delle parabole del tipo $y = ax^2 + bx + c$ passanti per i punti sotto indicati.

a) $A(0;0)$ $B(1;4)$ $C(-2;-2)$
b) $A(0;0)$ $B(1;3)$ $C(-1;9)$
c) $A(0;9)$ $B(1;4)$ $C(2;1)$
d) $A(1;1)$ $B(-1;-1)$ $C(2;5)$
e) $A\left(\frac{1}{2};2\right)$ $B(-1;2)$ $C\left(\frac{3}{2};-3\right)$
f) $A\left(\frac{1}{2};-\frac{5}{4}\right)$ $B(-2;-15)$ $C(0;-3)$
g) $A(0;-8)$ $B(-1;0)$ $C(3;4)$
h) $A(0;2)$ $B(2;-10)$ $C(-1;5)$
i) $A(0;-1)$ $B(3;-1)$ $C(4;-5)$
j) $A(0;1)$ $B(1;2)$ $C(-3;0)$

35. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate, avente il vertice nel punto $V(1;3)$ e passante per il punto $A(-1;1)$. $S = \left\{y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{2}\right\}$

36. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate, avente il vertice nel punto $V(3;-2)$ e passante per il punto $A(6;0)$. $S = \left\{y = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x\right\}$

37. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate, avente il vertice nel punto $V(2;-4)$ e passante per il punto $P(1;0)$. $S = \{y = 4x^2 - 16x + 12\}$

38. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate, avente il vertice nel punto $V(2;9)$ e passante per il punto $P(4;5)$. $S = \{y = -x^2 + 4x + 5\}$

39. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate, avente il vertice nel punto $V\left(\frac{3}{2};16\right)$ e passante per il punto $P\left(\frac{1}{2};12\right)$. $S = \{y = -4x^2 + 12x + 7\}$

40. Determina l'equazione della parabola con asse $x = -1$ e passante per i punti $A(0;2)$ e $B(-3;5)$. $S = \{y = x^2 + 2x + 2\}$

LIVELLO INTERMEDIO

41. Verifica se la retta di equazione $2x + y - 5 = 0$ interseca la parabola di equazione $y = x^2 - 3x - 1$ e in caso affermativo calcola la lunghezza della corda intercettata. $S = \{5\sqrt{5}\}$

42. Determina le intersezioni della parabola di equazione $y = -x^2 + 2x + 3$ con la retta di equazione $y = -x - 1$ e calcola perimetro ed area del triangolo individuato dai punti d'intersezione e dal vertice della parabola.

$$S = \{ A(-1; 0), B(4; -5); 2p = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{10} + 5\sqrt{2}, area = 15\}$$

43. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti $A(-2; 1), B(1; 2)\ e\ C(0; 3)$, trova quindi le coordinate del vertice e l'equazione dell'asse.

$$S = \left\{y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 3; V\left(-\frac{1}{4}; \frac{73}{24}\right); asse: x = -\frac{1}{4}\right\}$$

44. Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti $A(-3; 12), B(1; 0)\ e\ C(-1; 4)$ e dopo aver determinato le intersezioni con gli assi tracciane in grafico. $S = \left\{y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}\right\}$

45. Determina l'equazione della parabola che taglia l'asse y nel punto di ordinata 2 e che passa per i punti $A(2; 1)\ e\ B(4; 2)$. $S = \left\{y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2\right\}$

46. Trova l'equazione della parabola passante per i punti $A(1; 3), B(2; 2), C(-2; 18)$ e stabilisci la posizione della retta $r: y = x + 2$ rispetto alla parabola. $S = \{y = x^2 - 4x + 6; secante\}$

47. Trova l'equazione della parabola passante per i punti $A(1; -1), B(-1; -1), C(2; -4)$ e stabilisci la posizione della retta $r: y = x + 2$ rispetto alla parabola. $S = \{y = -x^2; esterna\}$

48. Trova l'equazione della parabola passante per i punti $A(2; 4), B\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right), C(-2; -12)$ e stabilisci la posizione della retta $r: y = 4x$ rispetto alla parabola. $S = \{y = -x^2 + 4x; tangente\}$

49. Determina l'equazione della parabola che ha il vertice nel punto d'intersezione delle rette

$2x + y + 3 = 0\ \ e\ x - 3y + 5 = 0$ e passa per il punto $A(0; 4)$.

50. Determina l'equazione della parabola che ha il vertice nel punto $P(4; 0)$ e passa per il punto d'intersezione delle rette $x + 2y - 3 = 0\ \ e\ \ 5x - 2y - 18 = 0$.

51. Determina i punti d'intersezione delle fra le due parabole $y = x^2 - x - 2\ e\ y = -x^2 + 4$ e calcola la lunghezza della corda comune alle due parabole.

$$S = \left\{A(2; 0), B\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right); \overline{AB} = \frac{7}{4}\sqrt{5}\right\}$$

52. Fra tutte le parabole di equazione $y = x^2 + kx$ determina quelle che soddisfano le seguenti condizioni:

a. passa per il punto $A(-2; 6)$;

b. ha vertice di ascissa uguale a 2;

c. stacca sulla retta $y = 2$ un segmento di lunghezza uguale a tre.

$S = \{k = -1; k = -4;\ k = \mp 1\}$

53. Calcola l'area del quadrilatero individuato dai punti d'intersezione e dai vertici delle parabole seguenti: $y = 2x^2 - 2x\ \ e\ \ y = -x^2 + x$. $S = \left\{O(0; 0), B(1; 0);\ area = \frac{3}{8}\right\}$

LIVELLO AVANZATO

54. Data la parabola $y = x^2 - 4x + 4$ determina l'equazione della retta r passane per il suo punto A d'intersezione con l'asse y e parallela alla bisettrice del 1° e 3° quadrante. Detto B l'ulteriore punto d'intersezione della retta r con la parabola, determina perimetro ed area del triangolo ABV, dove V è il vertice della parabola data.

$S = \{y = x + 4; 2p = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{10} + 5\sqrt{2}; area = 15\}$

55. Data la retta r di equazione $x - 2y + 12 = 0$, determina:

a) l'equazione dell'asse del segmento staccato sulla retta r dagli assi cartesiani;

b) le equazioni delle due parabole aventi come vertice uno degli estremi del suddetto segmento a passanti per l'altro estremo.

$$S = \left\{y = -2x - 9;\ y = -\frac{1}{24}x^2 + 6;\ y = \frac{1}{24}x^2 + x + 6\right\}$$

56. Date le due parabole $y = -2x^2 + \frac{65}{4}x + 4$ e $y = x^2 - \frac{31}{4}x + 4$, determina la lunghezza della corda AB avente come estremi i loro punti d'intersezione. $S = \{\overline{AB} = 2\sqrt{17}\}$

57. Trova la parabola con le seguenti caratteristiche:

a) passa per i tre punti $A(8; 0), B(0; 16)\ e\ C(-2; 0)$

b) passa per l'origine degli assi, ha come asse di simmetria la retta $x = 2$ ed ha il vertice sulla retta $y = -4$.

c) ha il vertice nel punto $V(-4; 0)$ e stacca sulla retta $y - 2 = 0$ una corda di lunghezza 2.

$S = \{y = -x^2 + 6x + 16; y = x^2 - 4x; y = 2x^2 + 16x + 32\}$

58. Nell'equazione $y = (k - 2)x^2 - kx + 3$ determina k in modo che:

a) abbia ascissa del vertice maggiore di 3;

b) abbia come asse di simmetria la retta di equazione $x - 4 = 0$;

c) volga la concavità verso l'alto. $S = \left\{2 < k < \frac{12}{5}; k = \frac{16}{7}; k > 2\right\}$

59. Nell'equazione $y = kx^2 - 3x + 3$ determina il valore di k in modo che la parabola abbia un minimo nel punto di ascissa 3. $S = \left\{k = \frac{1}{2}\right\}$

60. Nell'equazione $y = -2x^2 + 3kx + 1$ determina il valore di k in modo che la parabola abbia un massimo nel punto di ascissa 6. $S = \{k = 8\}$

61. Nell'equazione $y = -3x^2 + kx - 2k$ determina il valore di k affinché la parabola passi per il punto:

a) $P(2; -12)$;

b) $Q(2; 1)$;

c) $R(1; 1)$. $S = \{\forall k \in R; \nexists k \in R; k = -4\}$

62. Tra le parabole di equazione $y = k^2x^2 + 2kx + 1$ determina k affinché:

a) passi per il punto $A(0; 1)$;

b) passi per il punto $B(1; -1)$

c) abbia il vertice sull'asse x;

d) abbia il vertice sull'asse y;

e) passi per l'origine degli assi.

$S = \{\forall k \in R\backslash\{0\}; \nexists k \in R; \forall k \in R\backslash\{0\}; \nexists k \in R; \nexists k \in R\}$

63. Data l'equazione $y = (k-1)x^2 + 2(k-3)x + k - 2$ determina per quali valori di k rappresenta:

a) una retta;

b) una parabola passante per l'origine degli assi;

c) una parabola che interseca l'asse x;

d) una parabola avente come asse di simmetria l'asse y;

e) una parabola avente il vertice sulla retta $y = -x$.

$S = \left\{k = 1; k = 2; k \leq \frac{7}{3} \wedge x \neq 1; k = 3; k = 2\right\}$

64. Calcola le coordinate del punto P appartenente alla retta di equazione $2x + y - 3 = 0$ in modo che la somma dei quadrati delle sue coordinate sia minima. $S = \left\{P\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right)\right\}$

65. Trova le coordinate del punto P appartenente alla retta $y = \frac{1}{2}x + 1$, tale che la somma dei quadrati delle sue coordinate sia minima. $S = \left\{P\left(-\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)\right\}$

66. Rappresenta graficamente le seguenti parabole tratte da problemi di scelta in economia dopo aver calcolato il vertice e le intersezioni con gli assi:

a) $y = -x^2 + 500x$ $\qquad S = \{V(250; 62.500), O(0; 0); A(500; 0)\}$

b) $y = 0{,}1x^2 + 100x - 11.000$

$S = \{V(-500; -36.000), A(0; -11.000); B(-1.100; 0); C(100; 0)\}$

c) $y = -0{,}2x^2 + 200x - 20.000$

$S = \{V(500; 30.000), A(0; -20.000); B\left(500 - 100\sqrt{15}; 0\right); C\left(500 + 100\sqrt{15}; 0\right)\}$

d) $y = 0{,}05x^2 - 300x + 50.000$

$S = \{V(3.000; -400.000), A(0; 50.000); B\left(3.000 - 2.000\sqrt{2}; 0\right); C\left(3.000 + 2.000\sqrt{2}; 0\right)\}$

67. Sia $C(x) = x^2 + 240x + 169$ la funzione che rappresenta il costo di un prodotto in funzione del numero di pezzi. Costruisci in grafico della funzione dei costi.

68. Sia $C(x) = x^2 - 300x + 200$ la funzione che rappresenta il costo di un prodotto in funzione del numero di pezzi. Costruisci in grafico della funzione dei costi.

69. Sia $C(x) = 1{,}5x^2 - 30x + 5400$ la funzione che esprime analiticamente il costo totale di un prodotto. Rappresentala e calcola il costo minimo.

70. Il costo di produzione di un alimento per animali domestici è espresso dalla legge $C(x) = 4x + 186$, il ricavo è dato da $R(x) = -0{,}05x^2 + 14x$. Determina la funzione che esprime il guadagno, rappresentala e calcolane il massimo.

71. Il costo di produzione di un alimento è espresso dalla legge $C(x) = 6x + 125$, il ricavo è dato da $R(x) = -0{,}03x^2 + 12x$. Determina la funzione che esprime il profitto, rappresentala e calcolane il massimo.

72. Una panetteria sostiene per la sua produzione le seguenti spese:

- 7.000 € di spese fisse mensili
- 0,05 € di costo variabile per ogni unità prodotta
- spesa 0,02 del quadrato delle quantità prodotte.

Determina la funzione dei costi, rappresentala graficamente e determina il costo minimo.

73. Un'impresa sostiene per la produzione di borse le seguenti spese:

- 10.000 € di spese fisse mensili
- 3 € di costo variabile per ogni unità prodotta
- spesa dell'8% del quadrato delle quantità prodotte.

Determina la funzione dei costi, rappresentala graficamente e determina il costo minimo.

74. Una ditta produce due articoli che immette sul mercato con un ricavo che dipende dalla quantità acquistata x in base alle seguenti relazioni:

$articolo\ A$: $R_1 = -x^2 + 40x + 35$

$articolo\ B$: $R_1 = -x^2 + 60x$

I costi di produzioni sono:

$articolo\ A$: $C_1 = 6x$

$articolo\ B$: $C_2 = 10x$

Scrivi le equazioni delle due funzioni guadagno e costruisci i loro grafici. Per quale valore di x il guadagno è, nei due casi nullo e massimo?

75. Un'azienda produce tre articoli che immette sul mercato con un ricavo che dipende dalla quantità acquistata x in base alle seguenti relazioni:

$articolo\ A$: $R_1 = -x^2 + 50x + 20$

$articolo\ B$: $R_2 = -x^2 + 20x$

$articolo\ C$: $R_3 = -x^2 + 30x + 15$

I costi di produzioni sono:

$articolo\ A$: $C_1 = 9x$

$articolo\ B$: $C_2 = 7x$

$articolo\ B$: $C_3 = 5x$

Scrivi le equazioni delle tre funzioni guadagno e costruisci i loro grafici. Per quale valore di x il guadagno è, nei tre casi nullo e massimo?